



Escola de Camins
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria de Camins, Canals i Ports
UPC BARCELONATECH

ANÁLISIS SIMPLIFICADO DE LA MECÁNICA DE IMPACTO DE BLOQUES ROCOSOS SOBRE SUSTRATO RÍGIDO Y SU APLICACIÓN A CASOS DE ENSAYOS DE LANZAMIENTO

Trabajo realizado por:

Beñat Lekuona Garcia

Dirigido por:

José Moya Sanchez

Máster en:

Ingeniería del Terreno

Barcelona, 28 de septiembre de 2018

Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental

TRABAJO FINAL DE MÁSTER

ÍNDICE

1	Introducción.....	6
1.1	Planteamiento	6
1.2	Objetivos.....	7
1.3	Trabajos realizados	7
2	Antecedentes	7
2.1	Definición de palabras clave.....	8
2.2	Fases de un desprendimiento rocosos.....	8
2.3	Descripción de un impacto entre cuerpos rígidos.....	9
2.4	Fragmentación de masas rocosas desprendidas	10
2.4.1	Definición de la fragmentación.....	10
2.4.2	Consecuencias de la fragmentación	11
2.4.3	Factores que condicionan el impacto y la fragmentación	11
2.4.4	Estudio de la fragmentación.....	12
3	Ensayos de lanzamiento de bloques	13
3.1	Diseño y preparación de los ensayos	14
3.2	Ejecución de los ensayos	17
4	Metodología.....	18
4.1	Identificación cualitativa de los factores condicionantes: análisis detallado de los videos	19
4.2	Análisis cuantitativo de los videos	20
4.2.1	Modelo de elasticidad	20
4.2.1.1	Impacto puntual.....	23
4.2.1.2	Impacto lineal.....	25
4.2.1.3	Impacto planar.....	27
4.2.2	Cálculo de las variables de entrada.....	29
4.2.2.1	Número de bloque	30
4.2.2.2	Parámetros elásticos del bloque y del sustrato	30
4.2.2.3	Densidad.....	30
4.2.2.4	Radio máximo	30
4.2.2.5	Morfología del bloque en la zona del impacto.....	31
4.2.2.6	Velocidad de aproximación y de rebote del bloque	31
4.2.2.7	Ángulo de aproximación y de rebote del bloque	36
4.2.2.8	Longitudes y áreas de contacto para contactos de cara y arista	37
4.2.2.9	Volumen del bloque	38

4.2.2.10 Grado de fragmentación	38
5 Resultados	39
5.1 Identificación cualitativa de los factores condicionantes: análisis detallado de los videos	39
5.1.1 Elección del ensayo a analizar	40
5.1.2 Fragmentación de los bloques de acuerdo a su morfología en la zona del impacto	42
5.2 Análisis cuantitativo del impacto.....	42
5.2.1 Cálculo de las variables de entrada.....	42
5.2.2 Cálculo de las variables de salida	45
6 Discusión.....	46
6.1 Fragmentación de los bloques de acuerdo a su morfología en la zona del impacto	46
6.2 Análisis cuantitativo del impacto.....	47
6.2.1 Variables de salida	47
6.2.2 Análisis de la fragmentación.....	49
7 Conclusiones.....	51
8 Líneas de trabajo futuro	53
9 Agradecimientos	54
10 Bibliografía.....	54

RESUMEN

Los desprendimientos rocosos son difíciles de predecir puesto que la rotura sucede de forma muy rápida y con pocos síntomas previos. Por otra parte, debido a que parte de su recorrido lo hacen por caída libre, alcanzan velocidades muy altas y una gran fuerza de impacto, por lo cual el riesgo asociado es considerable.

Los bloques desprendidos suelen fragmentarse en los primeros impactos si el sustrato es rocoso. A pesar de ello la fragmentación no se suele tener en cuenta en la evaluación del riesgo de desprendimientos. Esto es debido probablemente a que se trata de un proceso muy complejo, en el que intervienen gran cantidad de factores, tanto que se considera como un proceso completamente aleatorio. Existen diferentes trabajos que han abordado la fragmentación de desprendimientos, pero son muy escasos.

El objetivo de este trabajo es analizar, de forma preliminar, las condiciones bajo las cuales ocurre la fragmentación de bloques. Para ello se han utilizado datos de ensayos de lanzamiento de bloques realizados en cantera, en el marco de los proyectos RockRisk y RockModels (R 1, [35, 36]). De estos ensayos se disponía de vídeos de alta velocidad, de modelos en 3D de la topografía de la zona de ensayo y de la geometría de los bloques ensayados, así como de los ensayos de laboratorio de la roca que formaba tanto los bloques como el sustrato rocoso.

En primer lugar, se ha realizado un análisis cualitativo de los videos, para identificar y clasificar las condiciones de cada impacto y, particularmente, la morfología del bloque en la zona de impacto (MBZI). En segundo lugar, se ha llevado a cabo un análisis cuantitativo de los impactos; concretamente, utilizando la MBZI, la energía cinética de impacto y el ángulo de aproximación se han determinado la fuerza normal máxima y la presión normal máxima de impacto. Finalmente, los resultados obtenidos se han comparado con la existencia o no de fragmentación en los impactos. El cálculo se ha llevado a cabo considerando morfologías simples de la MBZI (punta, arista, cara) y modelos analíticos sencillos, aplicables en condiciones pseudo-estáticas, válidas en el caso de impacto si la zona de contacto es pequeña en relación a las dimensiones de los cuerpos en colisión. Dada la gran cantidad de datos de entrada a determinar, el número de impactos investigado es relativamente pequeño (19 casos, 4 de ellos con fragmentación) y, por otra parte, se han tenido en cuenta únicamente las fuerzas elásticas. Otros mecanismos de deformación y de disipación de energía (por ejemplo, deformación plástica, transformación de energía cinética de traslación en energía de rotación y viceversa) quedan fuera del alcance de este trabajo.

Los resultados obtenidos muestran claramente la influencia del ángulo de aproximación, de la rigidez del impacto y de la MBZI en la fragmentación de los bloques. Cuanto mayor es la rigidez del impacto y el ángulo de aproximación, mayor es la frecuencia con la que ocurre la fragmentación. En cuanto a la influencia de la MBZI, la fragmentación se produce sobre todo cuando impacta una cara del bloque y en menor medida cuando impacta una arista. Cuando el impacto es puntual no hay fragmentación.

Los resultados del análisis cuantitativo del impacto indican que los impactos producidos con área de impacto más grande (caras y aristas) originan fuerzas mayores que si el área de impacto es pequeña (puntas). Precisamente, cuando el impacto es de cara la frecuencia con la que sucede la fragmentación de los bloques aumenta. Finalmente, se ha encontrado un umbral de energía cinética de traslación normal y otro de fuerza normal de impacto a partir de los cuales sucede la fragmentación, con valores de unos

10,7 kJ y de unos 27 MN, respectivamente. Hay algunos impactos que no producen fragmentación y que superan estos umbrales; por lo tanto, estos umbrales hay que considerarlos como indicadores de condiciones necesarias pero no suficientes para la fragmentación.

ABSTRACT

Rockfalls are difficult to predict since the break occurs very quickly and with few previous symptoms. On the other hand, due to the fact that part of their route they do it by free fall, they reach very high speeds and a great force of impact, for which the associated risk is considerable.

The detached blocks tend to fragment in the first impacts if the substrate is rocky. Despite this, fragmentation is not usually taken into account in the risk assessment of landslides. This is probably due to the fact that it is a very complex process, in which a large number of factors intervene, so much that it is considered as a completely random process. There are different works that have dealt with the fragmentation of landslides, but they are very scarce.

The objective of this paper is to analyze, in a preliminary way, the conditions under which block fragmentation occurs. To this end, data from block launch tests carried out in quarry were used in the framework of the RockRisk and RockModels projects (R 1, [35, 36]). Of these tests were available high-speed videos, 3D models of the topography of the test area and the geometry of the blocks tested, as well as the laboratory tests of the rock that formed both the blocks and the substrate rocky.

Firstly, a qualitative analysis of the videos was carried out to identify and classify the conditions of each impact and, particularly, the morphology of the block in the impact zone (MBIZ). Secondly, a quantitative analysis of the impacts has been carried out; specifically, using the MBIZ, the impact kinetic energy and the approach angle, the maximum normal force and the maximum normal impact pressure have been determined. Finally, the results obtained have been compared with the existence or not of fragmentation in the impacts. The calculation has been carried out considering simple morphologies of the MBIZ (tip, edge, face) and simple analytical models, applicable in pseudo-static conditions, valid in the case of impact if the contact area is small in relation to the dimensions of the bodies in collision. Given the large amount of input data to be determined, the number of impacts investigated is relatively small (19 cases, 4 of them with fragmentation) and, on the other hand, only the elastic forces have been taken into account. Other mechanisms of deformation and energy dissipation (for example, plastic deformation, transformation of kinetic energy of translation into rotation energy and vice versa) are beyond the scope of this work.

The results obtained clearly show the influence of the angle of approach, the rigidity of the impact and the MBZI on the fragmentation of the blocks. The greater the rigidity of the impact and the angle of approach are, the greater the frequency with which fragmentation occurs. Regarding the influence of the MBZI, the fragmentation occurs especially when it hits one side of the block and to a lesser extent when an edge hits. When the impact is punctual there is no fragmentation.

The results of the quantitative impact analysis indicate that the impacts produced with larger impact area (faces and edges) cause forces greater than if the area of impact is small (points). Precisely, when the impact is expensive, the frequency with which the fragmentation of the blocks happens increases. Finally, a threshold of kinetic energy of normal translation and another of normal impact force have been found, from which fragmentation occurs, with values of about 10,7 kJ and about 27 MN, respectively. There are some impacts that do not produce fragmentation and that exceed these thresholds; therefore, these thresholds must be considered as indicators of necessary conditions but not sufficient for fragmentation.



R 1. Lanzamiento de bloque en cantera con fragmentación en el talud.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Planteamiento

Los desprendimientos rocosos representan un peligro para las personas, así como para las edificaciones, infraestructuras y otras estructuras situadas en zonas susceptibles como las zonas montañosas, canteras o cualquier vial que se encuentre al lado de taludes [1]. Se tratan de fenómenos naturales que suceden en un periodo muy breve y son difíciles de predecir en el tiempo. Por esta razón, los estudios acerca del riesgo asociado son cuantiosos y existen diferentes estrategias al respecto [2]: reducir la peligrosidad mediante trabajos de estabilización en las paredes rocosas, interceptar o desviarlas trayectorias de los bloques durante su propagación mediante estructuras de contención (reduciendo así su velocidad y su alcance) y reducir la vulnerabilidad protegiendo los elementos expuestos (edificios, carreteras, etc.).

También se han desarrollado diversos programas para la simulación de trayectorias de los bloques desprendidos, en 3D los más recientes. Conociendo el punto de partida y el volumen del desprendimiento, estos programas calculan la energía cinética y el alcance del desprendimiento, y proponen un diseño para el elemento de protección [1, 3, 4,]. La mayoría están basados en el denominado “lumped mass model”, que considera únicamente la cinemática de un punto del bloque (i.e. el centro de gravedad) y en el que la pérdida de energía (o velocidad) de los impactos con el terreno se resuelve mediante coeficientes de restitución, los cuales controlan el rebote [1, 4, 5].

Los estudios y modelos realizados, y los diferentes programas de simulación de desprendimientos se han centrado, sobre todo, en el cálculo del alcance de los bloques desprendidos para el estudio del diseño de los diferentes elementos de protección [4, 6, 7, 8, 9]. Esto implica el cálculo de la energía cinética y de los coeficientes de restitución, pero existen otros aspectos de los desprendimientos rocosos en los que no se ha profundizado, como la fragmentación de los bloques desprendidos. Este hecho tiene como consecuencia la falta de conocimiento acerca de la fragmentación, a pesar de que sea común que suceda [10]. Se trata de un peligro ya que la energía y la trayectoria de cada uno de los fragmentos es diferente a la energía y la trayectoria que tendría el bloque intacto, pudiendo dañar o incluso superar en algunos casos las barreras de protección [11, 12].

La fragmentación se trata de un proceso muy complejo, en el que intervienen gran cantidad de factores, algunos muy complicados de determinar, por eso no se suele tener en cuenta en la evaluación del riesgo de desprendimientos. Algunos de estos son: la presencia de discontinuidades en la estructura interna de las masas rocosas incluyendo su persistencia (continuidad), su apertura y la orientación en el momento del impacto, y su resistencia [13, 14] Uno de los parámetros de interés en este trabajo, y poco considerado en los estudios acerca de la fragmentación, es la fuerza normal de impacto [15].

1.2 Objetivos

El presente proyecto tiene como objetivo el análisis de las condiciones bajo las cuales ocurre la fragmentación de bloques ensayados, en el marco de los proyectos RockRisk y RockModels. Estos proyectos se han desarrollado en un espacio controlado como son las canteras de Vallirana y Riudecols, en la provincia de Barcelona y en la provincia de Tarragona respectivamente.

Concretamente, se pretende analizar de manera aproximada la influencia de la morfología del bloque en la zona de impacto (MBZI) en la fuerza normal de impacto y esta última en la fragmentación, empleando geometrías simples (punta, arista, cara) de los bloques para casos de ensayo de lanzamiento.

Se quiere realizar una aportación a los estudios previos y futuros acerca de la fragmentación durante desprendimientos rocosos. La metodología propuesta pretende explorar y mejorar la viabilidad del análisis de la mecánica del impacto y del contacto entre cuerpos rígidos teniendo en cuenta la MBZI, común en la industria mecánica pero no en el análisis de impactos rocosos.

1.3 Trabajos realizados

Para poder cumplir estos objetivos se propone:

- 1- Identificación cualitativa de los factores condicionantes (Análisis detallado de los videos): En primer lugar se ha realizado un análisis cualitativo de los vídeos de alta velocidad de los ensayos de lanzamiento de los bloques, identificando los factores que condicionan la fragmentación, de acuerdo a MBZI.
- 2- Análisis cuantitativo del impacto: Empleando también los videos de alta velocidad, además de datos obtenidos de ensayos de laboratorio, los modelos 3D de los bloques y el talud de ensayo se ha realizado el análisis cuantitativo del impacto. Se ha pretendido calcular, mediante un modelo de elasticidad (que combina modelos analíticos sencillos) un umbral de la fuerza normal de impacto que describe la fuerza necesaria para que suceda la fragmentación de los bloques ensayados, teniendo en cuenta MBZI.

2 ANTECEDENTES

Se han recogido en este apartado los conocimientos necesarios para contextualizar el desarrollo del trabajo. Se han dividido los antecedentes en los siguientes apartados, donde se reúnen definiciones y descripciones de modelos y estudios llevados a cabo por diferentes autores:

- ✓ Definición de palabras clave.
- ✓ Fases de un desprendimiento rocoso.
- ✓ Descripción de un impacto entre cuerpos rígidos.
- ✓ Fragmentación de masas rocosas desprendidas. Definición. Consecuencias. Factores condicionantes del rebote y la fragmentación. Estudio de la fragmentación.

2.1 Definición de palabras clave

De cara a las próximas explicaciones se han descrito, a continuación, los términos aproximación, rebote, deslizamiento y rodadura empleados en este trabajo:

a) Aproximación y rebote:

Se entiende como aproximación al momento anterior del impacto, es decir, la fase en la que el bloque cae en caída libre o como un tiro parabólico desde su posición inicial en el terreno. Se entiende como rebote al momento posterior a la interacción entre el bloque y el talud.

b) Deslizamiento y rodadura:

Se entiende deslizamiento como el proceso en el que el bloque se mantiene en contacto con la superficie del talud, a través de la cara con la que se produce el impacto inicial y sin que su centro de gravedad se mueva apenas de su posición en el momento del impacto, a lo largo de un periodo de tiempo durante el contacto con el talud (Figura 1, [8]). Por otra parte, se entiende rodadura como el proceso en el que el bloque rocoso, tras un impacto con la superficie del talud y manteniendo el contacto, comienza un movimiento de rotación teniendo como eje de giro su centro de gravedad. Por el contrario, se denomina rotación si el bloque pierde el contacto con el talud durante la rodadura y el bloque gira en el aire (Figura 2, [16]).

2.2 Fases de un desprendimiento rocoso

Se entiende por desprendimientos rocosos las masas de roca que, por alguna razón, se separan del macizo rocoso y caen, ruedan y/o deslizan, rebotan y fragmentan durante su propagación por la ladera [17].

Pueden ocurrir de manera extremadamente rápida, en cualquier instante y en cualquier lugar susceptible a ellos, como pueden ser las zonas montañosas de topografía

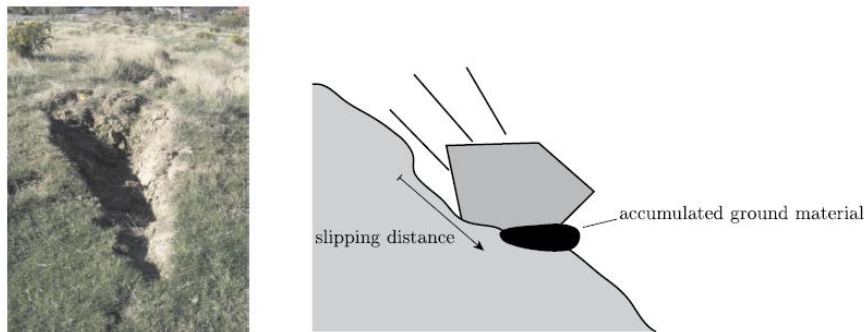


Figura 1. En la imagen de la izquierda: fenómeno "Scarring" (cicatrización) originado por el deslizamiento de un bloque. La ilustración de la derecha: deslizamiento de un bloque en una ladera con acumulación de suelo.

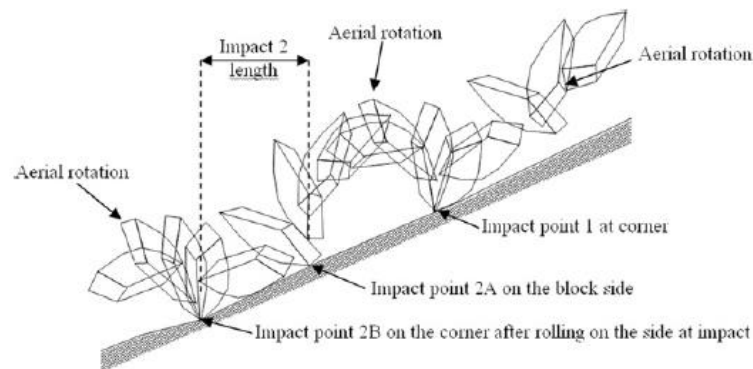


Figura 2. Bloque con forma irregular rodando por un talud. La imagen muestra como el bloque irregular rueda sobre el talud entre los puntos de impacto 2A y 2B.

accidentada y en las zonas costeras con presencia de acantilados o taludes, poniendo en peligro la vida de las personas y produciendo desperfectos en edificios y en infraestructuras [1]. Son, por lo tanto, fenómenos muy peligrosos y difíciles de prever, y es por eso que el estudio de la prevención del efecto de los desprendimientos ha sido abordado de diferentes formas a lo largo de los años.

Generalmente, el desprendimiento de los bloques del macizo es debido a la presencia de discontinuidades y al respectivo deterioro y desgaste de sus planos. Los factores que más posibilidad de desencadenar los desprendimientos son la erosión por flujo de agua, por precipitaciones o por procesos marinos [18, 19, 20], la saturación, el congelamiento, los terremotos (Figura 3, [23]) [21, 22], la presencia de vegetación –raíces–, las expansiones y contracciones térmicas y las precipitaciones. La intensidad de los desprendimientos aumenta durante los periodos de bajas temperaturas y grandes precipitaciones [5].

Los desprendimientos rocosos suceden en dos fases: la etapa inicial de rotura, en la cual se describen las circunstancias en las que los bloques se separan del macizo, y la etapa postrotura, en la que se describe el movimiento de los bloques a lo largo de la ladera o talud [5]. Este informe estudia los acontecimientos sucedidos en la segunda etapa del desprendimiento, donde los bloques de roca, de manera aleatoria y repetida, experimentan las siguientes fases:

1. Aproximación.
2. Interacción con el terreno: en la interacción sucede el impacto; la rodadura, el deslizamiento, la fragmentación o la cesión del movimiento (no existiría el rebote).
3. Rebote.
4. Cesión final del movimiento.

2.3 Descripción de un impacto entre cuerpos rígidos

Cuando la superficie de dos cuerpos colisiona con cierta velocidad relativa se le llama incidencia. Después de la incidencia sucedería la interferencia o interpenetración de los cuerpos, el incremento de la presión en una zona de contacto muy pequeña. En el instante de contacto, la presión en el área de contacto da lugar a deformaciones locales y la consecuente indentación (desplazamiento normal de la superficie de contacto en el centro de la misma).

En el instante del impacto, la presión de contacto tiene una fuerza resultante de acción y reacción que actúa en direcciones opuestas al movimiento de cada cuerpo y por lo tanto se opone a la interpenetración. Inicialmente la fuerza crece con el crecimiento de la indentación y esto reduce la velocidad con la que ambos cuerpos se aproximan entre sí. En algún instante durante el impacto el trabajo hecho por la fuerza de contacto es suficiente para que la velocidad de ambos cuerpos llegue a cero; a continuación, la energía almacenada durante la compresión separa los cuerpos con una velocidad relativa (fase de restitución).

Las colisiones de baja velocidad dan lugar a presiones de contacto que generan pequeñas deformaciones; estas sólo afectan a una pequeña área. Para colisiones a velocidades mayores las deformaciones también son mayores cerca del área de contacto lo que resulta en deformaciones plásticas; estas deformaciones grandes localizadas son fácilmente reconocibles, generan cráteres o penetración. En ambos casos las deformaciones son consistentes con la fuerza de contacto que causa el cambio de la velocidad de los cuerpos [24].



Figura 3. Desprendimiento rocoso tras un sismo de 6,5 grados en la escala Richter en una carretera de San Juan (Argentina) en el año 2016.

2.4 Fragmentación de masas rocosas desprendidas

2.4.1 Definición de la fragmentación

Se trata de un factor muy importante que condiciona la trayectoria que los bloques siguen a lo largo del talud y resulta que ha sido muy poco estudiado a lo largo de los años ya que se desprecia para los cálculos en el diseño de los sistemas de protección. Por lo tanto, los conocimientos que se disponen son muy escasos [1, 3, 15, 16, 25].

La fragmentación se define como la separación de la masa inicial de roca en trozos más pequeños al impactar contra el terreno y que sucede de manera frecuente en los desprendimientos de rocas (Figura 4 [26]) [27]. Se incluye en dicha separación tanto a la disgregación de los bloques delimitados por discontinuidades preexistentes en la masa original, como en la generación de nuevos fragmentos debidos a la rotura de la roca matriz [28].

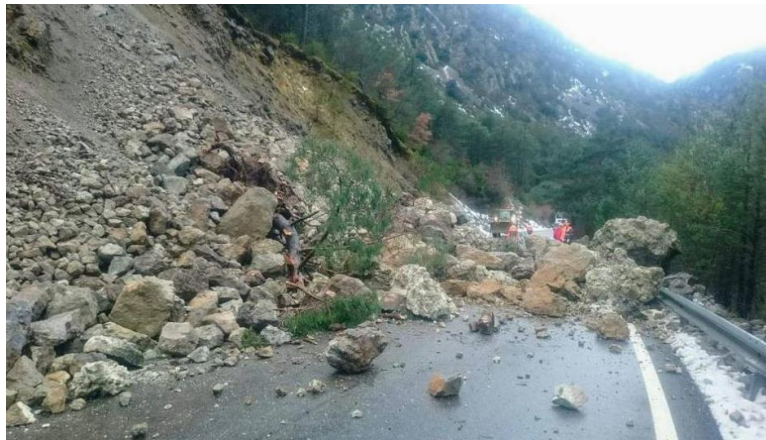


Figura 4. Desprendimiento rocoso en valle de Gistain (Aragón) registrado en 2017. En la imagen se aprecian bloques de diferentes tamaños debido en parte a la fragmentación de la roca matriz.



Figura 5. Pantalla dinámica colocada para proteger el ferrocarril que va desde Monistrol a Montserrat.

2.4.2 Consecuencias de la fragmentación

Las trayectorias que realizan los fragmentos son aleatorias y el alcance y la dispersión, así como la altura adquirida de los mismos, son diferentes a los casos en los que el bloque desprendido no fragmenta [3, 29]. El peligro reside en la posibilidad de que estos fragmentos superen las estructuras de protección [15]. Se trata del “efecto

proyectil” [30], los fragmentos superan o dañan los elementos de protección debido a la gran presión que producen en un pequeño área de contacto. Por lo tanto, se debe valorar también el riesgo residual que supone la fragmentación, el riesgo que permanece después de la implantación de las medidas de mitigación (Figura 5 [31]) [25].

2.4.3 Factores que condicionan el impacto y la fragmentación

Uno de los factores que pueden influir en el “efecto proyectil” es la energía cinética de rotación. Durante los desprendimientos rocosos los bloques experimentan un traspaso de energía cinética de traslación a energía cinética de rotación y en este traspaso de energía se puede producir la fragmentación y, en consecuencia, los fragmentos podrían adquirir una velocidad muy alta y traspasar las estructuras de contención o impactar sobre ellas [6].

La energía cinética de traslación ha sido ampliamente empleada para el diseño de las estructuras de contención y la energía cinética de rotación, en cambio, se ha considerado un parámetro trivial ya que representa una pequeña parte de la energía cinética total [1].

La MBZI, la rugosidad del sustrato contra el que impacta y el ángulo de aproximación del bloque respecto del sustrato, son tres parámetros que influyen también en la trayectoria seguida por cada bloque y concretamente en el rebote. Estos parámetros pueden originar coeficientes de restitución normal muy elevados y, en consecuencia, rebotes grandes en dirección perpendicular al talud, es decir, ángulos de rebote elevados [5, 16].

Como se ha mencionado previamente, la trayectoria de los bloques (la rodadura, el alcance y la dispersión) está directamente relacionada con la forma de los mismos y la rugosidad del sustrato, es decir, la MBZI. Ya que durante la fragmentación el bloque cambia de forma, la trayectoria que siguen los fragmentos son distintos de su trayectoria original y por eso la forma de los bloques ha demostrado ser un parámetro crucial en el estudio de las trayectorias de los desprendimientos rocosos [8].

A su vez, el estudio de la interacción de los bloques con la superficie topográfica durante los sucesivos impactos es el mayor reto en la modelización de desprendimientos [32]. Por esta razón, los cálculos de pérdidas de energía originadas por el impacto se han realizado normalmente, a excepción de algunos estudios que han realizado

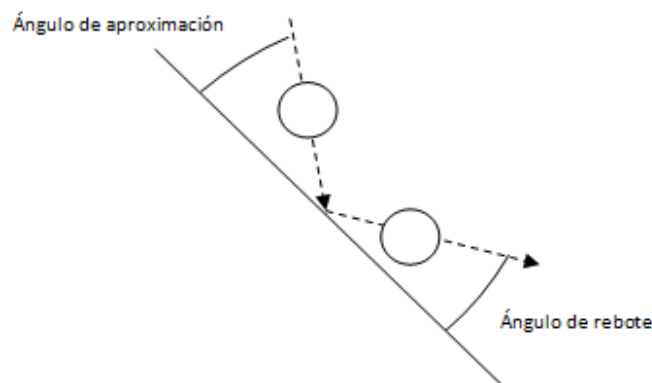


Figura 6. Esquema del impacto de un cuerpo rígido donde se señala cuáles son los ángulos de aproximación y de rebote.

aproximaciones para la obtención de un posible coeficiente de fricción [8, 16], obviando la interacción bloque-terreno, y realizando los análisis y cálculos pertinentes en el momento anterior y posterior a la misma [6].

2.4.4 Estudio de la fragmentación

A día de hoy los estudios acerca de la fragmentación son escasos. Los diversos factores que influyen en la fragmentación complican su análisis y, debido a esto, no se tiene en cuenta en los estudios acerca de los desprendimientos rocosos. Factores como la presencia de discontinuidades en la estructura interna de las masas rocosas incluyendo su persistencia (continuidad), su apertura y la orientación en el momento del impacto, y su resistencia [13] tienen gran influencia en la fragmentación.

A pesar de esto, hay autores que han estudiado este fenómeno y cada uno tiene una forma diferente de analizarlo:

- ✓ Se ha intentado obtener un coeficiente que determine la pérdida de volumen que sufren los bloques durante un desprendimiento, realizando ensayos a escala de desprendimientos rocosos y observando el volumen inicial y final de los bloques, así como la distancia recorrida. En cambio, no se conoce si este es fiable en diferentes escenarios [3].
- ✓ Por otra parte, se ha presentado una aproximación metodológica para estimar la fragmentación en el análisis del riesgo de desprendimientos, y en particular en el análisis de las trayectorias. Una vez determinada la distribución de los bloques, el procedimiento consistía en la simulación de volúmenes utilizando la función inversa a la distribución de la probabilidad. Efectivamente, los bloques depositados por desprendimientos pasados y los que resultan de la fragmentación seguían la misma distribución.
- ✓ También se ha intentado confirmar la existencia de un umbral de la energía de impacto que produzca la fragmentación, mediante el lanzamiento de masas rocosas a escala, en cantera, pero sin éxito [12, 33]. Recientemente, también se han realizado diversos ensayos de fragmentación de caída de bloques, a escala real también, sin confirmar el concepto de energía límite [34].
- ✓ Por último, se ha determinado que en el proceso de fragmentación los parámetros que influyen son el ángulo de aproximación del bloque respecto del sustrato rocoso, la energía cinética del bloque y la rigidez del impacto (relacionado con el módulo elástico del material), es decir, la rigidez del bloque rocoso y del terreno impactado.

La fuerza con la que impactan los bloques contra el sustrato rocoso es función de estos parámetros y cuanto mayor es la fuerza de impacto, mayor es la probabilidad de que los bloques fragmenten. Se conoce que cuanto más elevado es el ángulo de aproximación de los bloques respecto al talud, la rigidez del impacto y la energía cinética de los bloques desprendidos, mayor es la magnitud de la fuerza de impacto [15].

3 ENSAYOS DE LANZAMIENTO DE BLOQUES

En este apartado se han descrito el diseño y la preparación de los ensayos donde se van a realizar los lanzamientos de los bloques, así como su ejecución. Se han descrito:

- ✓ Las características de los taludes de ensayo (material del sustrato, altura y pendientes medias).
- ✓ Las características de los bloques lanzados (peso, material y número de bloques lanzados por ensayo).
- ✓ El esquema de lanzamiento general con la distribución del personal y de los equipos.
- ✓ Los equipos empleados en cada etapa del ensayo.

3.1 Diseño y preparación de los ensayos

Para realizar el análisis de la fragmentación de las masas rocosas, se han realizado 4 ensayos situados en diferentes canteras. Los ensayos 1, 2 y 4 se han llevado a cabo en la cantera Foj situada en Vallirana (Barcelona) (Figura 7), donde los bloques lanzados y los taludes son de roca caliza (Gili et al. 2016). El tercer ensayo se ha desarrollado en la cantera Ponderosa de materiales porfídicos en Riudecols (Tarragona), y se han lanzado bloques de dacitas y otros de granito. A continuación, se presenta una vista general del ensayo 1 y 3 (Figura 8 [34]), cuyas fotografías han sido tomadas por uno de los drones (Figura 10 [34]). En la Figura 9 [34] se aprecia el perfil 2 y el talud del ensayo 4, desde la berma inferior.



Figura 7. Emplazamiento de las canteras Ponderosa y Foj (izquierda y derecha del mapa respectivamente). Escala: 1:300.000 Orientación del plano: Norte. Fuente: Google Earth.



Figura 8. Fotografías del emplazamiento del ensayo 1 (a) y del ensayo 3 (b) tomados con el dron.



Figura 9. Fotos tomadas desde la berma inferior en los ensayos 2 (a) y 4 (b) en la cantera Foj.



Figura 10. Los dos drones usados en los ensayos.

Como se ve en la Figura 11, el primer, el tercer y el cuarto perfil son de un solo tramo y el segundo tiene dos bermas intermedias, entendiendo berma como el tramo aproximadamente horizontal que se sitúa a lo largo del talud. La caída total, incluyendo la altura de la pala, ha sido de 16,5m, 27,5m, 25m y 19m respectivamente.

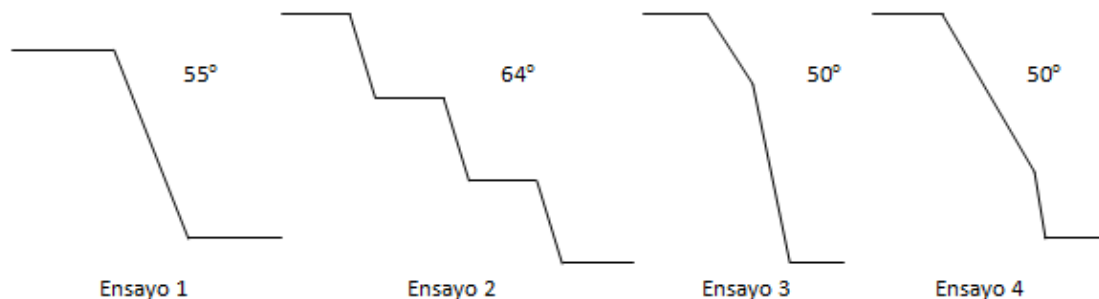


Figura 11. Secciones de los taludes en cada ensayo y pendiente de cada talud.

El material predominante del talud del ensayo 1 es suelo de grosor medio, con zonas donde aflora roca caliza. En cambio, en los ensayos 2 y 4 el material del talud es únicamente caliza y el ensayo 3 se ha realizado sobre un talud compuesto de dacitas con abundante material tipo grava cubriendo parte del terreno.

La Figura 12 [34] muestra la disposición prevista para el personal y los equipos en el primer ensayo. En él se puede apreciar además, en tono rosado, la zona de exclusión, el cual delimita una zona en forma de cono, que partía desde el punto de lanzamiento, con una apertura lateral de 30° . Durante la realización de los ensayos, se ha comprobado que esos valores son suficientemente seguros.

En el ensayo 1 se han lanzado 30 bloques de caliza, y otros 26 en el perfil 2. En el ensayo 3, se han lanzado 34 bloques de dacitas y granitos, y para el ensayo 4 se han lanzado 24 bloques de caliza. Para hacer los bloques más visibles durante la caída y poder apreciar mejor su rotación, a cada bloque se le ha pintado 3 círculos máximos de color. Para obtener la forma y el tamaño, se ha realizado una cobertura fotográfica alrededor de cada bloque, permitiendo construir un modelo tridimensional detallado y calcular el volumen, peso y posición del centro de gravedad, entre otros (Figura 13 [34] y Figura 14).

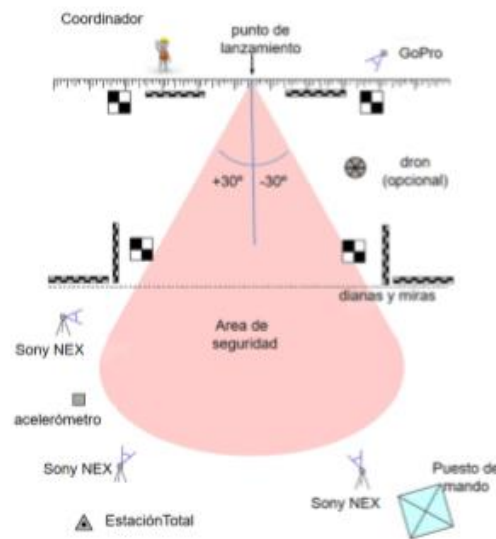


Figura 12. Planta de disposición de equipo y de personal en el ensayo.



Figura 13. Círculos de referencia de colores (izquierda) y cobertura fotográfica de los bloques (derecha).

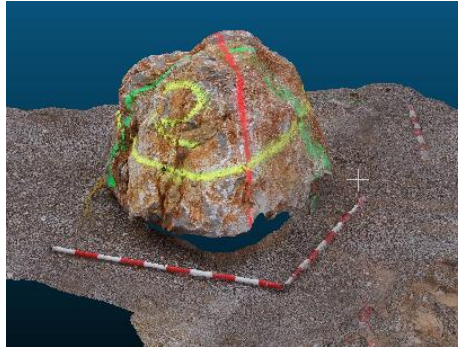


Figura 14. Modelo de bloque 3D obtenido a partir de cobertura fotográfica.

3.2 Ejecución de los ensayos

Se han distribuido miras y dianas en los lugares previstos (Figura 16 [36]), las cuales han tenido la función de puntos de control y/o como elementos para dar escala a las fotografías y a los vídeos de los ensayos. Dichos videos se han grabados con tres cámaras Sony NEX-FS700R de alta velocidad (400 fotogramas por segundo con un intervalo de tiempo entre fotogramas de 2,5 ms) y alta definición, y dos cámaras GoPro Hero 4 (Figura 15, [35, 36]).

La tarea de dar coordenadas a los puntos de control (dianas, miras y otras marcas de interés) se ha realizado con la estación total Leica TS06 (Figura 9 izquierda). El levantamiento está apoyado por dos receptores GPS Leica serie 530 que han permitido pasar las coordenadas locales a sus correspondientes proyecciones en UTM 31N (ETRS89) y cota ortométrica (modelo de geoide EGM08D595), que es el sistema de coordenadas oficial.



Figura 15. Secuencias de un lanzamiento en el ensayo 2 visto en los vídeos de alta velocidad.



Figura 16. Preparación de algunas miras y dianas topográficas en el ensayo 1.

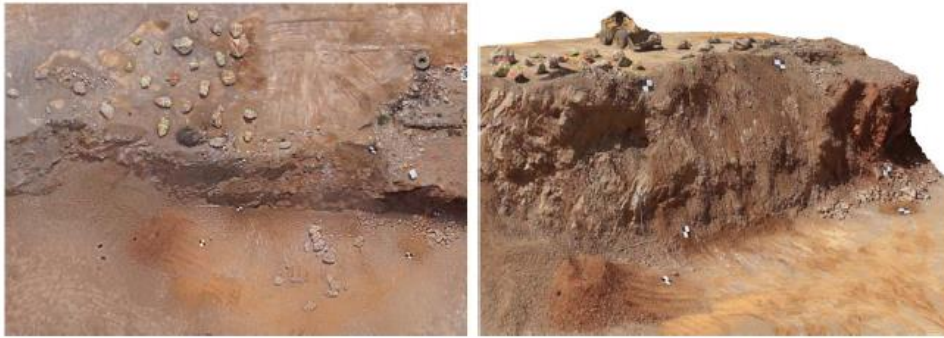


Figura 17. Modelo digital del terreno del ensayo 1 obtenido a partir de las fotos tomadas con el dron.



Figura 18. Inventariado de fragmentos en la berma del ensayo 1.

Durante los lanzamientos, el dron y la estación total se han utilizado regularmente para dar posición a elementos relevantes de la escena (posición final de algunos bloques o fragmentos, puntos de impacto, etc). De media, se ha hecho una campaña con el dron cada 5 lanzamientos y a partir de las fotos tomadas con el dron se han realizado los modelos digitales del lugar del ensayo (Figura 17 [34]).

Cuando un bloque fragmenta, se ha procedido a medir los principales fragmentos a mano, con cinta métrica (Figura 18 [34]), con la finalidad de caracterizar la fragmentación (nº de fragmentos, tamaños, etc). De tanto en tanto, se ha limpiado la berma inferior con un bulldozer para facilitar la identificación posterior de nuevos fragmentos.

4 METODOLOGÍA

En este apartado se ha descrito de manera detallada el procedimiento que se ha seguido para obtener los parámetros necesarios para el estudio de la influencia de la MBZI en la fragmentación.

Concretamente, se han analizado los videos de alta velocidad de los bloques lanzados en los todos los ensayos para poder determinar los factores que condicionan la fragmentación de los bloques. A su vez, se ha explicado el modelo realizado y los métodos de obtención de las variables de entrada que requiere, obteniendo así ciertas variables o parámetros de salida (como la fuerza normal máxima de impacto) que serán necesarios para el estudio de la fragmentación de los bloques ensayados.

La metodología se ha dividido en los siguientes apartados:

- ✓ Identificación cualitativa de los factores condicionantes: análisis detallado de los videos.
- ✓ Análisis cuantitativo del impacto.
 - Modelo de elasticidad.
 - Cálculo de las variables de entrada.

4.1 Identificación cualitativa de los factores condicionantes: análisis detallado de los videos

En este apartado se ha explicado paso a paso el procedimiento seguido para la realización del análisis de los videos de alta velocidad. Esta primera aproximación ha permitido obtener una primera impresión de lo que sucede en cada ensayo y ha servido para poder caracterizar cada ensayo de acuerdo a los factores que condicionan la fragmentación.

Este análisis de los videos se ha realizado mediante el editor de videos VideoPad. Con esta aplicación ha sido posible analizar los videos fotograma a fotograma, lo cual ha proporcionado resultados realistas.

En el análisis cualitativo de los videos, en primer lugar se han clasificado los videos distinguiendo los bloques que han fragmentado de los que no. Se ha seguido con atención la trayectoria seguida por los bloques a lo largo del talud y en qué zonas del talud impactan para así poder realizar una descripción detallada. Posteriormente, para ambas clasificaciones se han determinado las características del impacto, es decir, los factores que condicionan la fragmentación.

A modo de ayuda, se han utilizado los modelos 3D de cada bloque. Estos modelos, junto con los videos de alta velocidad, han servido para poder determinar la MBZI. Se han considerado geometrías sencillas (Figura 20) a la hora de caracterizar la MBZI: punta, arista y cara. Se ha supuesto que el impacto se ha realizado con:

- a) Una punta del bloque, cuando la zona de impacto es un vértice y tiene la forma de una semiesfera aproximadamente. Se trata de un impacto puntual.



Figura 19. Editor de videos VideoPad en el que se muestra el lanzamiento 2 del ensayo 2.

- b) Una arista del bloque, cuando la zona de impacto tiene una longitud mucho mayor en una dimensión (longitud de varios decímetros). Se trata de un impacto lineal.
- c) Una cara del bloque, cuando la zona de impacto es plana y tiene una cierta extensión. Se trata de un impacto planar.

Estas simplificaciones geométricas de la morfología de los bloques se verán también empleadas más adelante (Apartado 4.2) en la explicación del modelo elástico como hipótesis iniciales.

Una vez se han determinado estos tres tipos de impacto, se ha realizado una nueva clasificación de los videos. Se han clasificado los lanzamientos según estos tres tipos de impacto y contando si fragmentan o no. Para ello, se ha realizado una tabla que complementa numéricamente esta clasificación. Además, esta tabla también muestra el número de bloques que impactan en la berma.

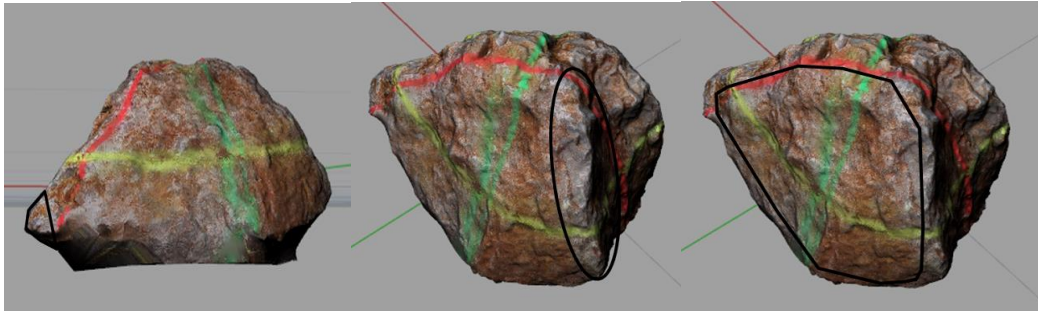


Figura 20. Descripción gráfica de la punta, arista y cara de un bloque (bloque 2 del ensayo 2).

4.2 Análisis cuantitativo del impacto

4.2.1 Modelo de elasticidad

Se ha empleado el software matemático Matlab (Figura 21) para llevar a cabo las operaciones necesarias. Este software se emplea para el análisis iterativo y los procesos de diseño con un lenguaje de programación propio (lenguaje M) [37].

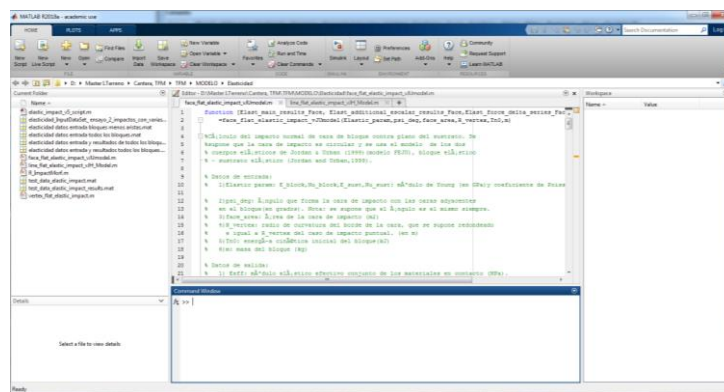


Figura 21. Software Matlab: pantalla de inicio.

Introduciendo ciertos parámetros (variables de entrada, Figura 22) y la formulación necesaria en el programa este permite el cálculo de los parámetros a analizar (variables de salida, Figura 23).

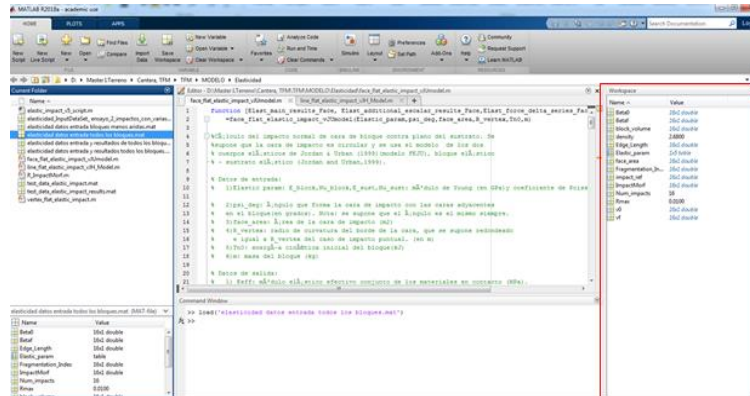


Figura 22. Introducción de las variables de entrada en el Workspace de Matlab.

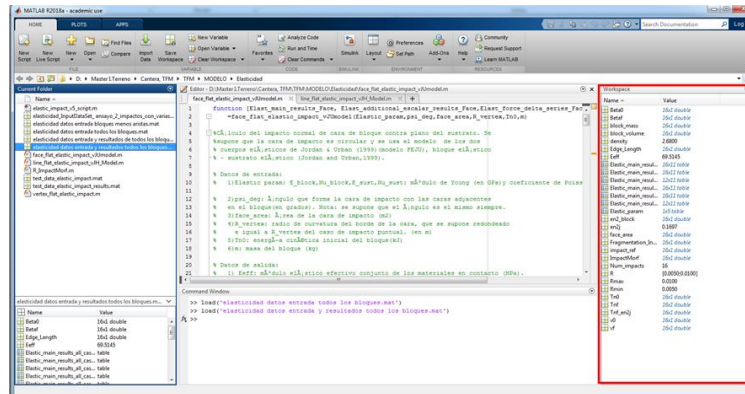


Figura 23. Variables de salida proporcionados por el Matlab y cargados automáticamente en el Workspace junto a las variables de entrada.

El programa calcula las variables de salida de una serie de impactos de bloques en función de la morfología del impacto (puntual, lineal o planar). Para simplificar el cálculo se utilizan las siguientes hipótesis:

- En el impacto puntual se supone que el vértice tiene una forma semi-esférica, con un radio de curvatura R , que es el radio de la semi-esfera.
- En el impacto lineal (contacto de arista de bloque contra superficie plana del sustrato) se supone que la arista tiene una forma semi-cilíndrica, con un radio de curvatura R , que es el radio del semi-cilindro.
- En el impacto planar (contacto de cara de bloque contra superficie plana del sustrato) se supone que la cara tiene una forma circular, con un radio R , que es el radio del círculo.
- En todos los casos anteriores, el plano del sustrato se supone infinito y totalmente plano.

Por otra parte, las variables de salida se calculan para dos tipos de impacto, en función de la pérdida de energía durante el mismo:

- a) Tipo 1 Completamente elástico(FE, fully elastic): impacto completamente elástico.

Toda la energía cinética inicial normal al impacto es transformada en energía de deformación elástica al final de la fase de compresión y es recuperada totalmente en la fase de restitution.

Justificación del interés del análisis del impacto perfectamente elástico: Los impactos implican pérdida de parte de la energía de traslación inicial, entre otros, por deformación plástica, por fricción en el plano de impacto, por rotura, por aumento de cinética de rotación y/o por vibraciones. Para el análisis de las fuerzas y presiones implicadas en la fragmentación de bloques, lo esencial son las componentes normales al plano de contacto de la energía cinética de traslación y de las fuerzas y presiones inducidas durante la fase de compresión del impacto. Cualquier transferencia de energía no elástica implica una reducción de la presión y de la fuerza normal del impacto. El interés del análisis del caso de impacto perfectamente elástico es que permite determinar cuáles son los valores mayores posibles teóricamente (cotas superiores) de la fuerza normal y de la presión normal de impacto que pueden desarrollarse en los bloques.

- b) Tipo 2: Cálculo con la energía cinética traslacional normal final (Tnf). Durante la fase de compresión actúan varias fuerzas además de la elástica (p.ej., plásticas), Tnf corresponde a la energía elástica máxima almacenada durante la compresión, es decir, a la fuerza elástica máxima alcanzada durante la compresión. Tnf es, por lo tanto, un valor mínimo de la fuerza normal de impacto.

En todo caso, se analizan únicamente los impactos de bloque contra sustrato rocoso y no los de sustrato contra suelo, dado que en estos últimos se ha observado que raramente sucede fragmentación del bloque. La causa es, obviamente, que gran parte de la energía del impacto es absorbida por la deformación del suelo.

4.2.1.1 Impacto puntual

En el contacto tipo esfera-plano, se ha utilizado la teoría cuasiestática, desarrollada por Hertz en 1880, de la deformación elástica localizada cerca de la zona de contacto en los contactos entre cuerpos sólidos de superficie esférica. La fuerza de contacto (N) se define como [24, pp. 117-118 eq. 6.8] (1):

$$F_n = \frac{4}{3} E_{eff} R^{\frac{1}{2}} \delta^{\frac{3}{2}} \quad (1)$$

Donde:

- a) E_* es el módulo elástico efectivo (Pa) (2):

$$\frac{1}{E_{eff}} = \frac{(1 - \nu_{bloque})^2}{E_{bloque}} + \frac{(1 - \nu_{sustrato})^2}{E_{sustrato}} \quad (2)$$

Si $E_{bloque}=E_{sust.}=E$ y $\nu_{bloque}=\nu_{sust.}=\nu$ entonces $E_{eff} = \frac{1-\nu^2}{E}$

b) R es el radio (de curvatura) equivalente del contacto (m) (3):

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{bloque}} + \frac{1}{R_{sustrato}} \quad (3)$$

Si el sustrato es plano, como en este caso, $R_{sustrato} = \infty \Rightarrow R = R_{bloque}$

c) δ es la indentación (m) y, como se trata de un parámetro que varía en la fase de compresión, se ha realizado el cálculo de la indentación máxima, δ_{max} (4):

$$\delta_{max} = \left(\frac{5T_{n0}}{2C_n} \right)^{\frac{2}{5}} \quad (4)$$

Donde:

a) T_{n0} es la energía cinética traslacional inicial normal al sustrato contra que el que se produce el impacto.

La energía cinética total (J) está formada por la energía cinética de traslación (6) y de rotación (7). Se define la energía cinética total como (5):

$$Ec, total (J) = Ec, traslación(J) + Ec, rotación(J) \quad (5)$$

$$Ec, traslación = \frac{1}{2}mv^2 \quad (6)$$

Siendo m la masa (kg) del bloque ensayado y v la velocidad (m/s).

$$Ec, rotación = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (7)$$

Siendo I el momento de inercia (m⁴) del bloque y ω la velocidad angular (rad/s).

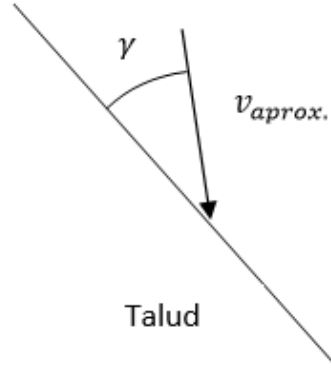


Figura 24. Esquema donde se muestra la velocidad y el ángulo de aproximación.

El valor de esta energía la proporciona el programa como variable de salida y se obtiene a partir del valor conocido (calculado previamente, como se verá a más adelante en el apartado tal) de la velocidad de aproximación, $v_{aprox.}$, y del ángulo de aproximación, γ (Figura 24). Por lo tanto, se define la energía cinética de traslación normal inicial como (8):

$$T_{n0} = \frac{1}{2} m (\text{sen } \gamma \cdot v_{aprox.})^2 \quad (8)$$

b) C_n es una variable para parametrizar de una forma práctica el cálculo (9):

$$C_n = \frac{4}{3} E_{eff} \sqrt{R_{punta}} \quad (9)$$

Una vez se ha obtenido la fuerza de contacto, se halla el valor del área máxima (m^2), $A_{m\acute{a}x}$ (11) (a partir del radio máximo, $R_{m\acute{a}x}$, de la semiesfera de contacto (10)) de la zona (circular) de impacto para después poder calcular la presión media y máxima en el centro del área de impacto:

$$R_{m\acute{a}x} = \sqrt{R_{punta} \delta_{m\acute{a}x}} \quad (10)$$

$$A_{m\acute{a}x} = \pi R_{m\acute{a}x}^2 \quad (11)$$

Las expresiones para la presión media (12) y para la presión máxima (13) son las siguientes (Pa):

$$P_{media} = \frac{F_n}{A_{m\acute{a}x}} \quad (12)$$

$$P_{m\acute{a}x} = \frac{3}{2\pi R_{punta}} \cdot \left(\frac{5}{2} C_n^4 T_{n0} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (13)$$

4.2.1.2 Impacto lineal

Existen varios modelos constitutivos de contacto. Todos los modelos parten de la formación de una banda de contacto con longitud (m), L , (la del cilindro) y con cierta anchura ($2a$) en la que la distribución de presión es hertziana.

Tomando los ejes de coordenadas X e Y en el plano tangente común, el eje X en la dirección perpendicular a la arista (igual al eje del cilindro), el eje Y en la dirección paralela a dicho eje, y el origen de coordenadas en el centro de la zona rectangular de contacto, la distribución de presión es [38, p. 101 eq. 4.44] (14):

$$P(x, y) = P_0(1 - \sqrt{(x/a)^2}) \quad \text{para todo } y \quad (14)$$

Donde:

P_0 es la presión máxima que se registra en el origen de coordenadas [38, p.101 eq.4.45] (15):

$$P_0 = \frac{2F_n}{\pi a L} \quad (15)$$

Integrando $P(x, y)$ para toda el área de contacto se obtiene la fuerza normal total [38, p. 101 eq.4.43] (16):

$$F_n = \frac{\pi}{4} \frac{L}{R} E_{eff} a^2 \quad (16)$$

Que expresada en términos de " a " (m) (17):

$$a^2 = \left(\frac{4R}{\pi L E_{eff}} \right) F_n \quad (17)$$

R es el mismo que en el contacto puntual esférico. En el caso de contacto cilindro - plano, R equivale al radio del cilindro.

Lo difícil es obtener la relación entre la semi-anchura " a " y la indentación. Cada modelo implica una relación diferente, en función de las hipótesis simplificadoras. En los dos modelos más sencillos, la fuerza normal es directamente proporcional a la indentación.

Se ha utilizado el modelo de Johnson-Hamrock [38, 39], que es el más contrastado experimentalmente. Es el único modelo de deformación elástica de cilindros que menciona [40] en su estado del arte. Es también el modelo usado por [41] para definir las condiciones de inicio de plastificación del contacto esférico y del contacto cilíndrico.

El modelo usa la siguiente relación entre a y la indentación, δ , [38, p.131 eq.5.56] (18):

$$\delta = \left(\frac{F_n}{\pi L E_{eff}}\right) \left(\ln\left(\frac{4R}{a}\right) - 1\right) \quad (18)$$

Tal como se ha mencionado antes, según Johnson (1985) [31] la semi-anchura de la zona de contacto rectangular, a , varía con la fuerza normal, F_n , según la ecuación (17). Sustituyendo (17) en (18) se obtiene la ecuación constitutiva (19):

$$\delta = \left(\frac{F_n}{\pi L E_{eff}}\right) \left(\ln\left(\frac{4\pi E_{eff} R L}{F_n}\right) - 1\right) \quad (19)$$

Le ecuación anterior se puede parametrizar de una forma práctica para el cálculo (20):

$$\delta = \Psi 1 (\Psi 2 - \log(F_n)) F_n \quad (20)$$

Donde:

$$\Psi 1 = \frac{1}{\pi L E_{eff}} \quad y \quad \Psi 2 = \log(4\pi E_{eff} R L) - 1 \quad (21)$$

Integrando (20) o (21) respecto a la indentación, δ , se obtiene el trabajo realizado por la fuerza normal de compresión, W_n , que al final de la fase de compresión, W_{nc} , es igual a la energía cinética de traslación normal inicial, T_{n0} (22):

$$W_{nc} (F_{nm\acute{a}x}) = T_{n0} \quad (22)$$

A partir de la ecuación (22) puede obtenerse el valor de la fuerza normal máxima, $F_{nm\acute{a}x}$. El trabajo realizado, W_{nc} , se define como (23):

$$T_{n0} = \left(\frac{F_{nm\acute{a}x}^2}{B_1}\right) \left(2 \log\left(\frac{B_2}{F_{nm\acute{a}x}}\right) - B_3\right) \quad (23)$$

Donde:

B_1 (MPa · m), B_2 (MN) y B_3 son variables para parametrizar la de una forma práctica el cálculo:

$$B_1 = 4\pi E_{eff} L$$

$$B_2 = B_1 R$$

$$B_3 = 3$$

La función se ha de resolver recursivamente dando valores a $F_{nm\acute{a}x}$ hasta que el miembro derecho de la ecuación (24) iguale al miembro que queda a la izquierda de la igualdad.

Conociendo la fuerza de contacto máxima, $F_{nm\acute{a}x}$, se halla el área máxima, $A_{m\acute{a}x}$ (24), en la zona de contacto para poder obtener la presión media, P_{media} (25), y la presión máxima, $P_{m\acute{a}x}$ (26), en el centro del área donde se produce el impacto:

$$A_{m\acute{a}x} = 2aL \quad (24)$$

$$P_{media} = \frac{F_{nm\acute{a}x}}{A_{m\acute{a}x}} \quad (25)$$

$$P_{m\acute{a}x} = \sqrt{\frac{E_{eff} F_{nm\acute{a}x}}{\pi L R}} \quad (26)$$

4.2.1.3 Impacto planar

En el análisis del impacto planar, se ha supuesto que la cara de impacto es circular y se ha usado el modelo de los dos cuerpos elásticos de Jordan & Urban (1999) (modelo FEJU) [42], el cual considera el impacto bloque elástico - sustrato elástico. La expresión de la presión propuesta es la siguiente (27):

$$P'(r) = F_n M (a^2 - r^2)^{-\lambda} \quad (27)$$

Donde:

- a) $P'(r)$ es la presión normal por unidad de longitud radial.
- b) M es el coeficiente necesario para satisfacer el equilibrio de fuerzas.
- c) λ es el exponente necesario para tener en cuenta la elasticidad del cuerpo impactante (bloque), normalmente denominado punch.

La ecuación de la indentación es [43, p.56 eq.5.7] (28):

$$\delta = \frac{1}{\pi E_{eff}} ID(A) [p(x, y) dx dy / r] \quad (28)$$

Donde:

$ID(A)[p(x,y)dxdy/r]$ es la integral doble de la presión dividida por r en toda el área A.

Puesto que F_n y M son constantes, la ecuación de (29) puede expresarse como (29):

$$\delta(r) = \frac{1}{\pi E_{eff}} F_n M ID1 \quad (29)$$

Donde:

$$ID1 = ID(a)[(a^2 - r^2)^{-\lambda} dxdy/r] \quad (30)$$

Despejando F_n , obtenemos la ecuación constitutiva, que era el objetivo (31):

$$F_n = \frac{\pi E_{eff}}{M ID1} \delta \quad (31)$$

Que puede escribirse como (32):

$$F_n = K_n \delta \quad (32)$$

Donde:

$$K_n = \frac{\pi E_{eff}}{M ID1} \quad (33)$$

Cálculo de la integral doble (ID):

Se supone que el área de contacto es circular (impacto de base de cilindro), en este caso la integral doble (ID) es más fácil resolverla pasando de coordenadas rectangulares a coordenadas polares cilíndricas (34):

$$ID1[f(x,y)dxdy] = ID [F(r,\theta)Jabs dr d\theta] \quad (34)$$

Donde:

Jabs es el valor absoluto del jacobiano de la transformación a coordenadas polares, que en este caso vale r.

Con lo cual la integral doble inicial es (35):

$$ID[p(x, y)dxdy/r] \quad (35)$$

Donde:

$$p(x, y) = p(r, \theta)r = F_n M r(a^2 - r^2)^{-\lambda} \quad (36)$$

Entonces (34) queda en (37):

$$ID \left[F_n M \frac{r((a^2 - r^2)^{-\lambda})}{rdrd\theta} \right] = F_n M ID \left[\frac{dr d\theta}{(a^2 - r^2)^{-\lambda}} \right] = F_n M ID1 \quad (37)$$

Primero se resuelve la integral interior de ID1 (38):

$$I(0, a) \left[\frac{dr}{(a^2 - r^2)^{-\lambda}} \right] = ID0 \quad (38)$$

Donde:

0 y “a” son los límites de integración inferior y superior.

La integral no puede hacerse analíticamente de forma simple. Para resolverla se ha empleado la calculadora de integrales de Wolfram Alpha solución de la integral indefinida es (39) [44]:

$$ID0 = r \left(\frac{1}{a^2} \right)^\lambda F_{21} \quad (39)$$

Donde:

F_{21} es la función hipergeométrica de orden 2,1.

4.2.2 Cálculo de las variables de entrada

Las parámetros o variables de entrada, se han obtenido a partir de los videos de alta velocidad, los modelos 3D de los bloques y del talud ensayado y de los ensayos de laboratorio realizados en el seno de los proyectos RockRisk y RockModels.

Las variables de entrada, junto con su nomenclatura en Matlab y unidades de medida, son las siguientes:

- ✓ Número de bloques lanzados (Num_impacts).
- ✓ Número de bloque (impact_ref).
- ✓ Parámetros elásticos (Elastic_param, GPa).
- ✓ Densidad (density, g/cm³).

- ✓ Radio máximo (Rmax, m).
- ✓ Morfología del bloque en la zona del impacto (Impact_Morf).
- ✓ Velocidad de aproximación del bloque (v0, m/s).
- ✓ Velocidad de rebote del bloque (vf, m/s).
- ✓ Ángulo de aproximación del bloque (Beta0, °).
- ✓ Ángulo de rebote del bloque (Betaf, °).
- ✓ Longitud de la arista de impacto (Edge_Length, m).
- ✓ Área de la cara de impacto (face_area, m²).
- ✓ Volumen del bloque (block_volume, m³).
- ✓ Grado de fragmentación (FragDegree).

4.2.2.1 Número de bloque

Número del bloque de acuerdo al orden en el que ha sido lanzado. Se pueden dar dos situaciones posibles:

- 1) Bloque con un solo impacto (a analizar): el valor de la variable “impact_ref” será igual al número del bloque (el puesto en el ensayo de lanzamiento).
- 2) Bloque con varios impactos:
 - a. Para el primer impacto: impact_ref=número del bloque.
 - b. Para el segundo impacto: impact_ref = 200 + número del bloque.
Ejemplo: bloque número 5, segundo impacto: impact_ref = 205.

Cabe matizar que no se han considerado los impactos en la berma en los cálculos.

4.2.2.2 Parámetros elásticos del bloque y del sustrato

El módulo elástico de Young (E) y el coeficiente de Poisson (ν) son iguales para todos los bloques y el sustrato ya que se trata del mismo material (roca caliza). Ambos datos se han obtenido tras haber realizado ensayos de laboratorio, concretamente, el ensayo de compresión uniaxial [45].

4.2.2.3 Densidad

La densidad (ρ) se ha tomado igual en todos los bloques de caliza y en el sustrato. Se ha calculado en el laboratorio la densidad húmeda de una muestra del material ensayado, pesando y midiendo las dimensiones de la muestra. Se obtiene la densidad del material de acuerdo a su expresión (40):

$$\rho = m/V \quad (40)$$

4.2.2.4 Radio máximo

En los contactos puntuales y en los lineales hay un parámetro geométrico que es difícil de determinar y que influye significativamente en los resultados. Es el radio de la semi-esfera en el caso de contacto puntual y el radio del cilindro en el caso de contacto lineal.

Por otra parte, la necesidad de medir la curvatura de vértices y aristas de los impactos se ha visto posteriormente a los ensayos de lanzamiento, por lo que no se dispone de medidas directas de ella.

Para tener en cuenta la incertidumbre en los resultados debido a estos parámetros geométricos, los cálculos se han realizado para un rango de valores de radios que parecen razonables (entre 5 y 10 cm).

4.2.2.5 Morfología del bloque en la zona del impacto

Teniendo en cuenta el análisis cualitativo de los videos de alta velocidad, se han numerado los impactos según la morfología del bloque en la zona del impacto (Impact Morf: 1, punta; 2, arista; 3, cara).

Cabe mencionar que existe un caso especial de fragmentación en cuanto a la morfología del impacto se refiere (ImpactMorf: 4). El segundo impacto del bloque 5 (impact_ref: 205) se produce de manera transversal entre una arista del bloque y una arista del sustrato. Se ha tenido en cuenta en los cálculos que el talud es un plano llano pero la morfología del talud en la zona del segundo impacto del bloque 5 es clara. Se ha considerado que se trata de un impacto semiesfera-semiesfera a efectos de cálculo [43].

4.2.2.6 Velocidad de aproximación y de rebote del bloque

El cálculo de las energías cinéticas se ha realizado combinando los programas Tracker, CloudCompare y el Rhinoceros. El primero es un software que permite el análisis de videos, frame a frame, y la modelización de los mismos [46], el segundo es un software de procesamiento de nubes de puntos 3D y mallas triangulares [47], y el tercero es un software para el modelado en 3D [48] (Figuras 22, 23 y 24).

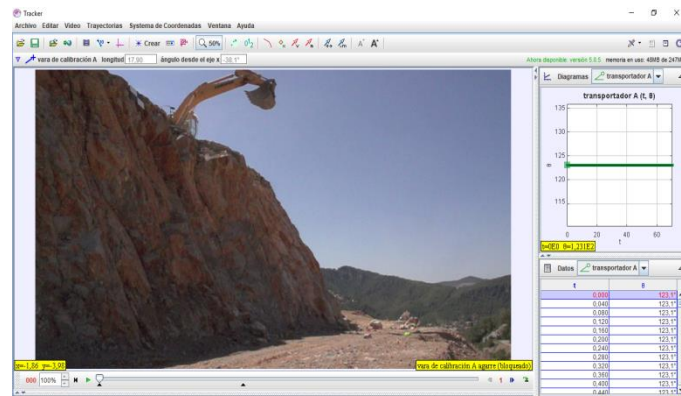


Figura 22. Video a cámara rápida del ensayo 2 cargado en el Tracker.

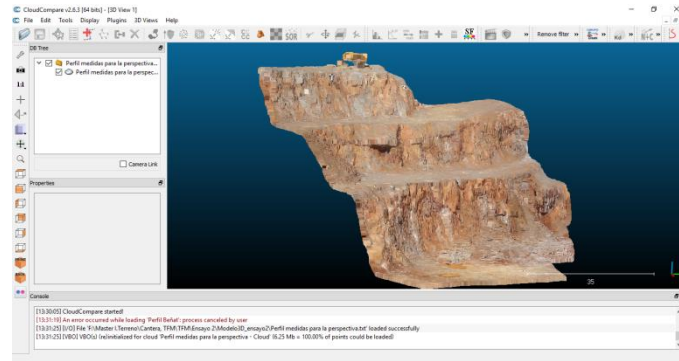


Figura 23. Nube de puntos del talud del ensayo 2 en CloudCompare.

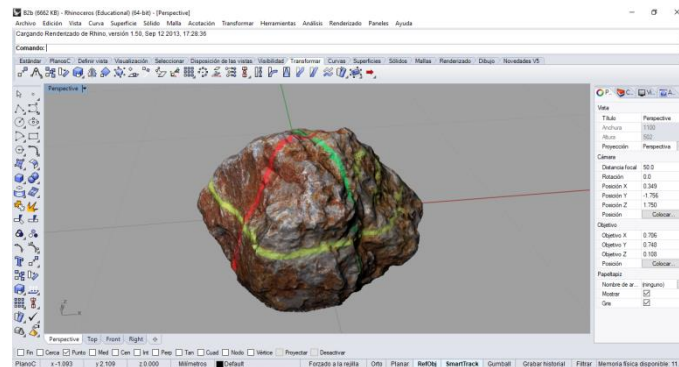


Figura 24. Modelo 3D de un bloque en Rhinoceros.

Para poder comenzar los cálculos en el Tracker ha sido necesario ajustar, para cada uno de los bloques, una escala, el eje de coordenadas (x,z) y los fotogramas por segundo con los que trabajará el programa (400fps). La escala se ha determinado a partir de una medida conocida en la imagen del video. Esta medida se obtiene empleando el software CloudCompare con el modelo 3D del talud ensayado realizando mediciones con la herramienta “línea” la cual indica la longitud. Se ha dibujado dicha línea uniendo el centro de la diana y la roca pintada de color amarillo (Figura 25) a modo de referencia sobre la berma (18,004 m) y posteriormente se ha ajustado aproximadamente a la línea que realmente se observa en la imagen del video (17,904 m). Este ajuste se realiza ya que la perspectiva observada en la imagen del video no permite realizar medidas reales sobre él. De esta manera la escala considerada es la que indican las Figuras 26 y 27:

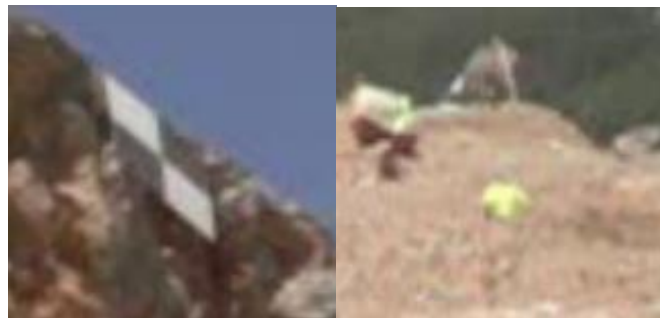


Figura 25. Detalle de la diana y la roca pintada de amarillo (referencias del video).

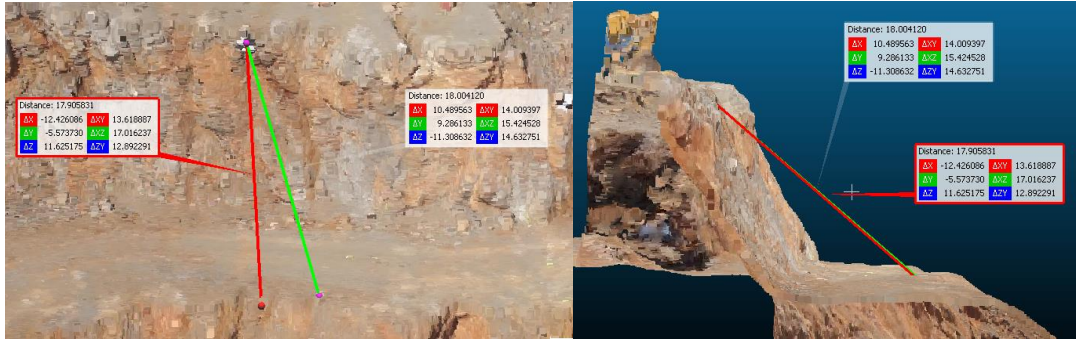


Figura 26. Medida de la longitud de la línea azul en CloudCompare. La línea verde es la medida real desde el centro de la diana hasta la roca amarilla (18, 004 m), y la línea roja es la corrección, debido a la perspectiva del video (17,905 m).

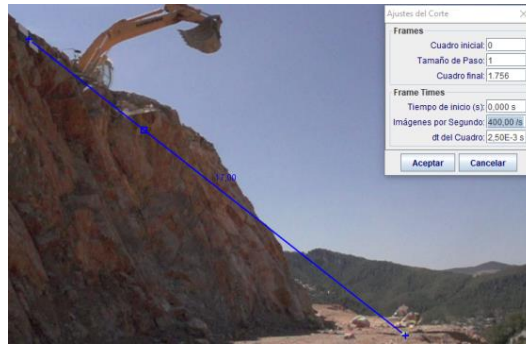


Figura 27. Escala utilizada para los cálculos, línea azul de 17,9 m entre el centro de la diana y la roca pintada de amarillo.

✓ Velocidad de aproximación

En esta primera fase se ha situado el eje de coordenadas, de manera aproximada, en el centro de masas del bloque en el instante en el que empieza el movimiento descendente.

Se define la velocidad de aproximación (m/s), en la fase de caída libre, como (41):

$$v_{aproximación} = g \cdot \Delta t \quad (41)$$

Siendo g la gravedad ($9,8067 \text{ m/s}^2$) y Δt la variación de tiempo (s) (42) entre el frame en el que el bloque empieza el movimiento descendente y el frame en el instante del contacto con el talud:

$$\Delta t = \frac{\text{frame contacto} - \text{frame de salida de la pala}}{\text{frames por segundo}} \quad (42)$$

Además de poder calcular la variación de tiempo utilizando la variación de frames, es posible crear un parámetro “masa” sobre el bloque en el Tracker (sin necesidad de darle un valor de masa real) y seleccionar el “autotracker”. De esta manera, y seleccionando

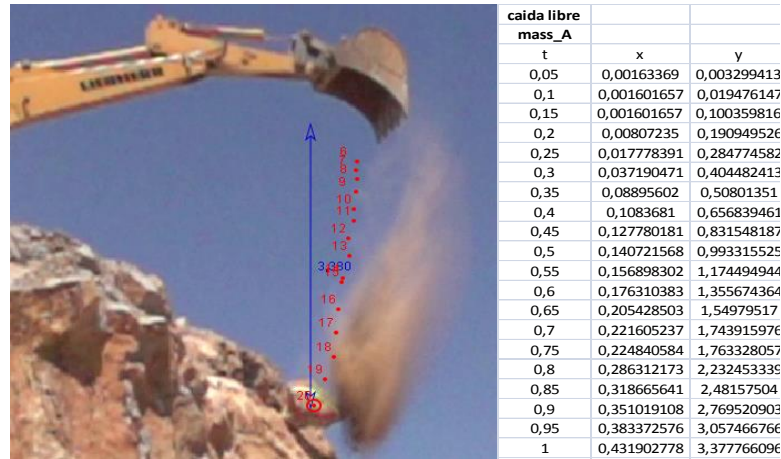


Figura 28. Trazado de trayectoria mediante cinta métrica y mediante el seguimiento con “masa puntual” en la fase de aproximación. A la derecha se muestra la tabla que reúne la información del seguimiento con masa puntual.

el paso de frame deseado (cada 1 frame o cada 10 frames por ejemplo), se puede realizar un seguimiento del bloque en el paso de frame seleccionado, obteniendo así el tiempo y las posiciones en x y z del bloque (Figura 28). Otra manera más sencilla de calcular la variación en x y z es empleando la herramienta “cinta métrica” y midiendo directamente sobre la imagen el desplazamiento en x y z del bloque. Con cualquiera de estas herramientas el resultado es el mismo.

✓ Velocidad de rebote

En la fase de rebote el eje de coordenadas se ha situado en el centro de masas del bloque, en el momento en el que este deja de tener contacto con el talud. En este caso, la velocidad se ha calculado considerando la trayectoria en el aire, después de la interacción, como un tiro parabólico. En el tiro parabólico la velocidad de rebote se ha calculado en dos partes, de acuerdo al desplazamiento del bloque en los ejes x y z :

Distancia horizontal (m) (43):

$$\Delta x = v_{rebote,x} \cdot \Delta t \quad (43)$$

Velocidad de rebote en el eje x (m/s) (44):

$$v_{rebote,x} = \Delta x / \Delta t \quad (45)$$

Distancia vertical (m) (45):

$$\Delta z = v_{rebote,z} \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (45)$$

Velocidad de rebote en el eje z (m/s) (46):

$$v_{rebote,z} = \frac{\Delta z}{\Delta t} - \frac{1}{2} \cdot g \cdot \Delta t \quad (46)$$

Siendo Δt la variación de tiempo desde el momento en el que el bloque deja de tener contacto con el talud y el momento en el que este impacta de nuevo contra el talud o la berma. Δx y Δz son los desplazamientos del bloque en los ejes x y z respectivamente. La siguiente expresión define la velocidad de rebote total (47):

$$v_{rebote} = \sqrt{(v_{rebote,x}^2 + v_{rebote,z}^2)} \quad (m/s) \quad (47)$$

Δt , Δx y Δz se calculan de la cualquiera de las formas explicadas en el apartado anterior (Figura 29).

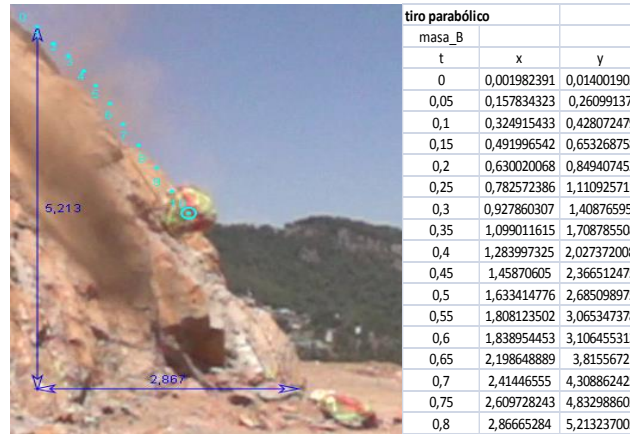


Figura 29. Trazado de trayectoria mediante cinta métrica y mediante el seguimiento con “masa puntual” en la fase de rebote. A la derecha se muestra la tabla que reúne la información del seguimiento con masa puntual.

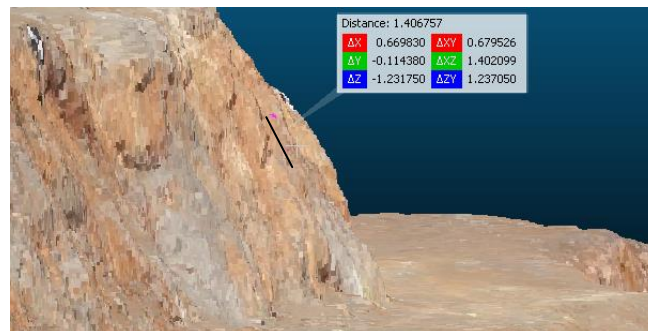


Figura 30. Cálculo de la pendiente del talud mediante CloudCompare. La pendiente del talud de la zona de impacto es igual a la pendiente de la línea negra.

4.2.2.7 Ángulo de aproximación y de rebote del bloque

Para el cálculo de los ángulos de aproximación, γ , y de rebote, θ , se ha medido previamente en CloudCompare el ángulo del talud en la zona de impacto, α (Figura 30). Ya que se dispone de la nube de puntos que conforman el modelo 3D del talud, se ha calculado dicho ángulo, aproximadamente, realizando una línea que unen dos puntos cuyas coordenadas son conocidas, y midiendo su pendiente en la zona del primer contacto del bloque con la superficie del talud.

Como se puede observar en la Figura 30, a partir de la variación en el eje x, Δx , y de la variación en el eje z, Δz , de la línea dibujada se obtiene el ángulo mediante trigonometría (48):

$$\alpha (^{\circ}) = \text{actg}(\Delta z/\Delta x) \quad (48)$$

El ángulo de aproximación se ha calculado teniendo en cuenta que el bloque desciende en línea recta (caída libre) hacia el talud (49):

$$\gamma (^{\circ}) = 90 - \alpha \quad (49)$$

En cambio, el ángulo de rebote se ha calculado a partir de $v_{rebote,x}$ y $v_{rebote,z}$:

Ángulo de la velocidad de rebote respecto del eje x (50):

$$\beta (^{\circ}) = \text{arctg}\left(\frac{v_{rz}}{v_{rx}}\right) \quad (50)$$

Con el ángulo de rebote respecto del eje x y la pendiente del talud, α , en la zona del impacto se obtiene el ángulo de rebote, θ .

Ángulo de rebote (51):

$$\theta (^{\circ}) = \alpha - \beta \quad (51)$$

Para determinar todos estos parámetros, se ha seguido el esquema que se muestra a continuación (Figura 31), donde se pueden observar las diferentes velocidades ($v_{aproximación}$ y v_{rebote}), así como el ángulo de aproximación (γ), el ángulo que forma la velocidad de rebote con el eje x (β), el ángulo de la pendiente del talud en la zona de impacto con respecto al eje x (α) y el ángulo de rebote (θ).

4.2.2.8 Longitudes y áreas de contacto para contactos de cara y arista

El cálculo de los volúmenes, las áreas y las longitudes de contacto del bloque en la zona del impacto se ha realizado con el programa Rhinoceros y los modelos 3D de los bloques que hayan impactado con una cara y con una arista respectivamente.

Como se puede observar en la Figura 32, se ha recortado el área de impacto de los bloques, de acuerdo a lo observado en los videos de alta velocidad y se ha procedido a realizar las mediciones. Las propiedades físicas que permite visualizar el programa ha servido para determinar el área de las caras y para la medida de la longitud de las aristas, en cambio, se ha realizado una línea (línea amarilla en la Figura 33) con la misma medida que la arista y se han observado los detalles de la línea, donde se indican las medidas.

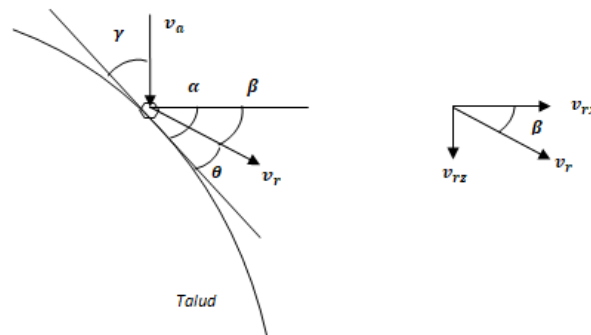


Figura 31. Esquema del impacto de un bloque para el caso de la aproximación y el rebote, representado sobre un punto.

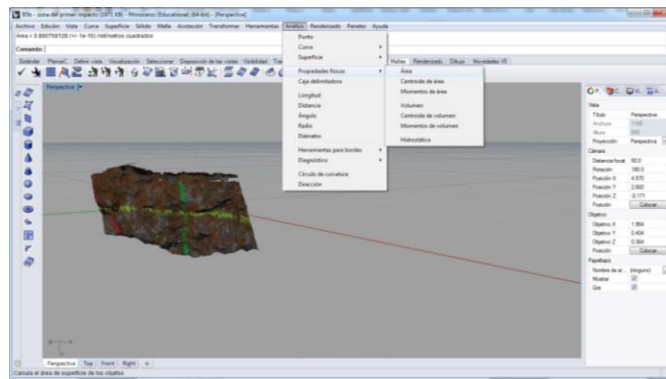


Figura 32. Medida del área de la cara de impacto.

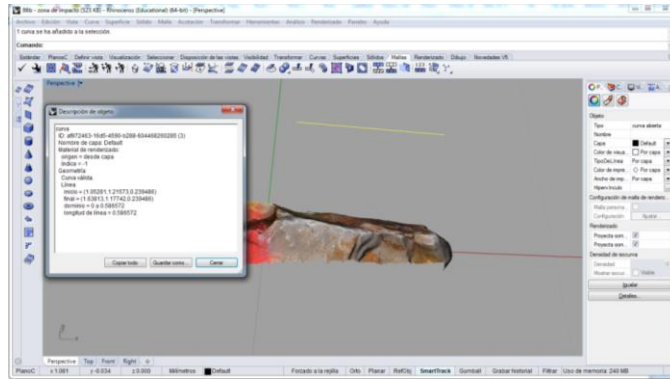


Figura 33. Medida de la longitud de la arista de impacto.

4.2.2.9 Volumen del bloque

El volumen de los bloques se ha determinado, también, mediante el programa Rhinoceros y los modelos 3D de cada bloque. Como se ha indicado anteriormente, el programa indica las propiedades físicas de los bloques y de esta manera es posible conocer el volumen de cada uno (Figura 34).

4.2.2.10 Grado de fragmentación

Al grado de fragmentación se le han asignado los siguientes valores teniendo en cuenta el número de fragmentos y los tamaños de estos (medidos en campo) (Figura 35, [35, 36]):

0: Sin fragmentación.

1: Fragmentación local (un fragmento mucho mayor que el resto, p.ej, con un volumen $\geq 70\%$ del volumen del bloque original).

2: Fragmentación distribuida moderadamente (varios fragmentos, 2-3, mucho mayores que el resto).

3: Fragmentación generalizada (el volumen del fragmento mayor $< 20\%$ del volumen del bloque original).

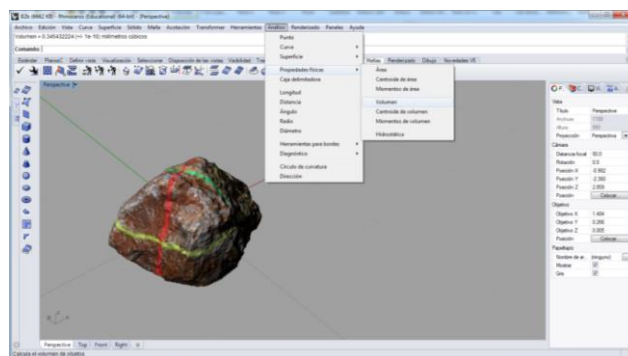


Figura 34. Cálculo del volumen de los bloques.



Figura 35. Bloque con grado de fragmentación 2 (izquierda) y bloque con grado de fragmentación 3(derecha).

5 RESULTADOS

5.1 Identificación cualitativa de los factores condicionantes: análisis detallado de los videos

En el análisis preliminar de los videos de los lanzamientos de bloques se ha apreciado (de manera cualitativa) que hay varios factores que condicionan la fragmentación. Estos factores son:

- ✓ El tipo de sustrato contra el que chocan los bloques (roca o suelo), factor que controla la rigidez del impacto (relacionado con el módulo elástico del material).
- ✓ El ángulo de aproximación, que condiciona la magnitud de la energía cinética normal inicial del bloque.
- ✓ La morfología del bloque en el área o zona donde se produce el impacto, MBZI.

Atendiendo a los videos de alta velocidad se ha podido apreciar una influencia muy grande de la rigidez del impacto y del ángulo de aproximación en la fragmentación de los bloques. En cada uno de los ensayos se ha observado lo siguiente:

1) Ensayo 1:

Una de las características de este ensayo es que tanto en el talud como en la berma aflora roca en algunos puntos y suelo en otros. La gran mayoría de los bloques impacta contra suelo, y no fragmentan. Además, el bajo ángulo de impacto provoca la rodadura o el deslizamiento del bloque cuando este se encuentra en el talud, por lo que no existe un impacto claro que produzca la fragmentación en la mayoría de casos.

En cambio, la mayoría de los bloques que fragmentan lo hacen en la berma. En ella, los bloques impactan con un ángulo grande de aproximación, y fragmentan cuando este es contra roca (Figura 36, [35, 36]). Por lo tanto, se entiende que la rigidez del impacto y el ángulo de aproximación tienen una gran influencia en la fragmentación de los bloques.



Figura 36. Bloque fragmentando en el impacto contra afloramiento rocoso en la berma del ensayo 1.

2) Ensayo 2:

El ensayo 2 está caracterizado por tener dos bermas intermedias pero la mayoría de los bloques se detienen en la primera. Todos los impactos se producen contra el sustrato rocoso y el ángulo de impacto es bajo debido a la elevada pendiente que tiene el talud, dando lugar al deslizamiento o la rodadura de los bloques en la mayoría de casos. A pesar de esto, debido a la rigidez del sustrato y del bloque, en algunos casos el bloque lanzado fragmenta en el talud, al contrario que en la berma, en la cual no se produce la fragmentación de ningún bloque a menos que el impacto se produzca contra un bloque previamente ensayado (Figura 37, [35, 36]).

3) Ensayo 3:

El ángulo de aproximación de los bloques en el perfil 3 no supone un factor significativo para que se produzca su fragmentación. Estos impactan primero en el talud con elevado ángulo de impacto y después impactan en la berma con un ángulo de impacto y altura de caída también elevados. Tanto en el primer impacto en el talud como en el segundo impacto en la berma, los bloques impactan contra la grava y estos no fragmentan. En este ensayo los bloques fragmentan sólo cuando impactan contra otros bloques previamente ensayados.

4) Ensayo 4:

En el ensayo 4 se dispone de un talud con pendiente media, la cual origina que los bloques impacten con un ángulo de aproximación alto. El material de este talud es roca caliza y la altura de caída entre la pala y la zona de impacto es grande. La rigidez del impacto, el alto ángulo de aproximación y la alta velocidad que adquieren los bloques durante la caída producen que la gran mayoría de los bloques fragmenten en el talud (Figura 38, [35, 36]).

5.1.1 Elección del ensayo a analizar

Teniendo en cuenta las características del talud de cada ensayo, se ha escogido el ensayo 2 para la realización del análisis cuantitativo simplificado de la mecánica de impacto de los bloques de roca. Los motivos por los que no se han escogido el resto de los ensayos para su análisis son los siguientes, teniendo en cuenta lo mencionado en el apartado 4.1:

- a) El ensayo 1 se ha realizado en un talud con presencia de material muy suelto (presencia de suelo de grosor medio y poca presencia de roca), lo cual resulta en pocos bloques fragmentados durante el ensayo.
- b) En los ensayos 3 y 4 en cambio el efecto del impacto es muy grande; en el ensayo 3 los bloques impactan directamente contra la berma, y, concretamente, contra los bloques situados en ella (reposaban en la berma tras cada lanzamiento). En el ensayo 4 impactan contra un talud compuesto por caliza y que tiene una pendiente muy baja. Estas dos situaciones dan lugar a un número elevado de bloques fragmentados.

Por lo tanto, se ha escogido el ensayo 2 frente a los demás ensayos ya que en el talud la proporción de bloques fragmentados frente a los no fragmentados, en el impacto contra el talud, es mayor que en los demás ensayos. Además, se dispone de videos grabados desde la base del talud donde se puede apreciar correctamente el perfil del ensayo, al contrario que en el ensayo 4, donde el efecto de la perspectiva condiciona la medida de ciertos parámetros (por ejemplo, los ángulos de aproximación y de rebote). Este hecho facilita los cálculos a realizar sobre los videos de alta velocidad.



Figura 37. Bloque del ensayo 2 fragmentando en el impacto contra otro bloque ensayado previamente, situado en la berma.



Figura 38. Bloque fragmentando en el talud del ensayo 4.

5.1.2 Fragmentación de los bloques de acuerdo a su MBZI

En este apartado se ha realizado un análisis cuantitativo de la fragmentación de los bloques en los diferentes ensayos teniendo en cuenta la morfología del bloque en la zona donde se produce el impacto.

Cabe matizar que en este análisis no se ha tenido en cuenta el ensayo 3 ya que, como se ha mencionado previamente, los bloques fragmentaban en el impacto contra otros bloques, lanzados previamente, en la berma y no se aprecia una morfología de impacto clara. En el resto de los ensayos sí se ha podido realizar dicho análisis ya que el impacto se produce contra superficies aproximadamente planas.

A continuación se muestra la Tabla 1 que resume la cantidad de bloques que fragmentan con una cara, arista o punta, de acuerdo a los ensayos en los que se han realizado y en total:

Tabla 1. Análisis estadístico de los vídeos de alta velocidad.

	ensayo 1	ensayo 2	ensayo 4	Total
bloques lanzados en cada ensayo	30	26	23	79
bloques fragmentados	10	6	19	35
%	33,33	23,08	82,61	44,30
bloques fragmentados en impacto con cara	5	4	9	18
%	50	67	47,37	51,43
bloques fragmentados en impacto con arista	4	1	8	13
%	40	17	42,11	37,14
bloques fragmentados en impacto con punta	1	0	2	3
%	10	0	10,53	8,57
bloques fragmentados en la berma	6	1	0	7
%	60,00	16,67	0	20

5.2 Análisis cuantitativo del impacto

5.2.1 Cálculo de las variables de entrada

La medición de las variables se ha intentado realizar en todos los bloques pero sólo ha sido posible obtener todas las variables requeridas por el modelo en algunos bloques, denominados bloques o lanzamientos representativos.

Los lanzamientos restantes (lanzamientos no representativos) han sido descartados por los siguientes motivos:

- a) Tras iniciar la caída libre impactan contra la coronación (pendiente muy baja, frena el bloque casi por completo) (Figura 39, []), por lo tanto no existe un impacto claro en el que poder realizar las mediciones.
- b) No se dispone de los modelos 3D del bloque lanzado e imposibilita los cálculos de las áreas y longitudes de contacto, así como la determinación de la morfología del bloque en la zona impactada.
- c) El lanzamiento se ha realizado añadiendo un giro a la retroexcavadora (Figura 40, [35, 36]), resultando en un lanzamiento oblicuo en el que no se pueden realizar mediciones debido a la trayectoria que toma el bloque.



Figura 39. Impacto del bloque 2 en la coronación.



Figura 40. Giro de la pala realizado en el lanzamiento del bloque 26.

Se han reunido a continuación, en tablas, las variables de entrada (Tablas 2 y 3):

Tabla 2. Variables de entrada de cada bloque ensayado.

impact_ref	ImpactMorf	FragDegree	Edge_Length (m)	face_area (m2)	block_volume (m3)	v0 (m/s)	vf (m/s)	Beta0 (°)	Betaf (°)
2	1	0	NaN	NaN	0.345	9.81	4.51	26.25	26.473
4	2	0	0.446	NaN	0.318	9.27	2.85	24.893	23.716
5	3	0	NaN	0.88	0.557	10.54	4.75	27.025	5.194
205	4	2	NaN	NaN	0.557	8.33	NaN	9.235	NaN
6	3	3	NaN	0.439	0.407	10.98	NaN	23.741	NaN
9	3	0	NaN	0.3034	0.382	9.05	3.78	23.349	12.625
10	1	0	NaN	NaN	0.371	10.59	3.73	24.189	20.583
210	3	2	NaN	0.2386	0.371	6.08	NaN	90	NaN
11	1	0	NaN	NaN	0.471	10.54	4.64	26.159	25.628
12	3	0	NaN	0.2993	0.314	10.52	2.23	26.072	89.08
13	2	0	0.502	NaN	0.349	10.35	2.29	27.165	65.105
14	1	0	NaN	NaN	0.269	9.58	2.32	26.384	60.299
15	3	0	NaN	0.4663	0.376	11.25	4.28	24.908	72.307
16	2	0	0.4913	NaN	0.245	8.8	3.59	29.006	54.406
17	2	0	0.775	NaN	0.229	12.99	4.91	26.647	33.477
20	3	3	NaN	0.6843	0.405	10.22	NaN	26.986	NaN

Tabla 3. Variables de entrada igual en todos los bloques.

E_block (Gpa)	E_sust (Gpa)	Nu_block	Nu_sust	Rmax (m)	Density (g/cm3)
132.3	132.3	0.22	0.22	0.01	2.68

Donde NaN es el valor que se le da a un valor nulo en el Matlab. El valor de NaN aparece en las columnas de Edge_Length y face_area, concretamente en los lanzamientos donde no existe impacto con arista (impacto lineal) e impacto con cara (impacto planar) de los bloques, respectivamente.

Estas variables de entrada han demostrado ser coherentes con lo observado en los videos de alta velocidad. Los volúmenes, las longitudes y las áreas de contacto han demostrado ser realistas. Los valores de las velocidades de aproximación y de rebote no se han podido comprobar únicamente atendiendo los videos, pero sí los ángulos de aproximación y de rebote.

Los ángulos de aproximación no muestran una variación muy grande entre cada lanzamiento debido a que han sido lanzados verticalmente sobre el talud, cuya pendiente varía ligeramente entre 60° y 65°. Los ángulos de rebote, en cambio, muestran variaciones muy grandes. Los rebotes de algunos bloques han sido especialmente grandes (Figura 41, [35, 36]) debido a la angulosidad del impacto, como se ha explicado. Se ha comprobado que el rebote se realizaba con alguna arista o punta del bloque sobre una arista, punta o pequeño escalón del talud, mientras este venía de rodar sobre el talud o rotar en el aire. Además, el efecto de estos escalones o aristas del talud han sido tenidos en cuenta a la hora de analizar la fragmentación de los bloques (FragDegree: 4).

Cabe matizar que para el caso del segundo impacto del bloque 10 (impact_ref: 210) la rotación que tiene en la transición del primer impacto influye significativamente a la hora de valorar el ángulo de aproximación. Cuando este bloque viene rotando en el aire se produce un “efecto martillo” cuando impacta con una de sus caras, haciendo que el impacto sea totalmente perpendicular al plano del sustrato. Por eso el ángulo de aproximación, Beta0, en este caso es de 90°.



Figura 41. Ejemplo de rebote grande: Bloque 15. Ángulo de rebote elevado.

5.2.2 Cálculo de las variables de salida

Las variables de salida, como se ha explicado previamente, se han calculado para diferentes casos: Radio de 10 cm o de 5 cm y tipo de impacto 1 (completamente elástico, Fully Elastic, FE.) o tipo de impacto 2 (calculado a partir de la energía cinética traslacional normal final, Tnf). Se han obtenido 4 tablas de resultados con las siguientes columnas:

- ✓ impact_ref: número del impacto.
- ✓ ImpactMorf: morfología del impacto.
- ✓ Tn0: energía cinética traslacional normal inicial (KJ).
- ✓ FragDegree: índice de fragmentación.
- ✓ R: radio de curvatura del elemento que impacta (mm).
 - Contacto puntual: radio de la semiesfera.
 - Contacto lineal: radio del cilindro.
 - Contacto planar: radio de curvatura del contorno de la cara (circular).
- ✓ Contact_halfwidth: semi-anchura máxima de la zona de contacto (mm):
 - Contacto puntual: radio del círculo de contacto.
 - Contacto lineal: semi-anchura del rectángulo de contacto.
 - Contacto planar: radio de la cara (circular) de contacto.
- ✓ Area_impacto (mm²).
- ✓ Delta_max: indentación máxima (mm).
- ✓ Fn_max: fuerza normal máxima (MN).
- ✓ p_max: presión normal máxima (MPa).
- ✓ p_mean: presión normal media (MPa).

La Tabla 4 recoge, de entre las variables presentadas, las variables de salida necesarias para el análisis del impacto en función de la morfología de los bloques (distinguida con diferentes colores de fondo) y de la fuerza normal de, para el caso completamente elástico (Fully Elastic, FE) con radio máximo de 10 cm:

Tabla 4. Variables de salida.

impact_ref	ImpactMorf	FragDegree	Area_impacto (mm2)	Delta_max (mm)	Tn0 (KJ)	Fn_max (MN)	p_max (MPa)
2	1	0	175,95	5,60	8,70	3,88	33118,86
10	1	0	181,15	5,77	9,36	4,06	33604,82
11	1	0	210,52	6,70	13,63	5,08	36226,29
14	1	0	156,88	4,99	6,53	3,27	31272,46
4	2	0	2429,18	0,81	6,49	18,06	9465,44
13	2	0	3030,76	0,95	10,44	24,97	10492,11
16	2	0	2542,31	0,75	5,98	17,96	8992,84
17	2	0	4126,19	0,78	10,42	29,98	9252,58
5	3	0	8800	0,99	17,12	34,50	99901,52
6	3	3	4390	0,78	10,66	27,22	96043
9	3	0	3034	0,62	6,59	21,40	87161,44
12	3	0	2993	0,72	8,99	25,01	96934,07
15	3	0	4663	0,81	11,31	28,04	96960,24
20	3	3	6843	0,82	11,67	28,48	91771,04
210	3	2	2386	1,03	18,38	35,74	127908,45
205	4	2	113,63	7,23	11,67	4,03	53229,35

6 DISCUSIÓN

6.1 Fragmentación de los bloques de acuerdo a su morfología en la zona del impacto

En la tabla 1 se puede observar que el 44,3% de los bloques lanzados en los tres ensayos fragmentan.

En esta tabla también queda reflejado que el ensayo 4 muestra el mayor número de bloques fragmentados con un 82,61% frente al 33,33% y 23,08% de los ensayos 1 y 2 respectivamente. El hecho de que se fragmenten tantos bloques confirma lo descrito en el apartado 5.1, en el cual se ha indicado que el talud presenta una baja pendiente y una alta rigidez, dando lugar a ángulos de aproximación altos y fuerzas de impacto normales altas.

Los resultados para los bloques fragmentados en los ensayos 1 y 2 también confirman lo expuesto en dicho apartado. En ambos ensayos menos de la mitad de los bloques lanzados fragmentan, al contrario que en el ensayo 4. En el ensayo 1 la presencia de suelo en el talud, y grava y suelo en la berma, dificulta la fragmentación de los bloques debido a la baja rigidez que tienen comparado a los afloramientos de roca caliza o los bloques dispuestos en la berma. En el ensayo 2, en cambio, los impactos de los bloques, a pesar de producirse contra roca caliza, tienen un bajo ángulo de aproximación y, debido a esto, los bloques tienden a rodar o deslizar.

La fragmentación de los bloques, en cuanto a la MBZI se refiere, sigue una tendencia bastante clara. El 51,43% de los bloques fragmentados realizan el impacto con una de sus caras y el 37,14% lo hace con una de sus aristas. Teniendo en cuenta que los bloques fragmentados debido al impacto de una de sus puntas es el 8,57% del total de bloques fragmentados, se puede afirmar que para estos ensayos cuanto mayor ha sido el área de contacto entre el bloque y el talud, la fragmentación se ha producido con mayor frecuencia.

6.2 Análisis cuantitativo del impacto

6.2.1 Variables de salida

De cara al análisis de la fragmentación de los bloques ensayados, el tipo de impacto analizado ha sido el completamente elástico (Fully Elastic, FE) ya que en los resultados obtenidos con la energía cinética traslacional normal final, T_{nf} , no se incluyen los bloques fragmentados. A su vez, se han empleado para este análisis los resultados obtenidos con el radio máximo de 10cm (se podría haber hecho de igual manera para un radio máximo de 5cm).

En la tabla 4 se aprecia que los resultados obtenidos son coherentes:

- a) El área de impacto, $Area_{impacto}$, aumenta con la fuerza normal máxima, F_{n_max} (Figura 42) y, en consecuencia, también a la presión máxima de impacto. La fuerza de interpenetración que hay entre dos masas depende del área de contacto que tengan entre ellas. Por esta razón, en los impactos de punta la fuerza de interpenetración es pequeña comparada con la de los impactos de arista y de cara, cuyas áreas de contacto son mayores.
- b) El área de impacto disminuye con la indentación, Δ_{max} (Figura 43). Por ejemplo: un área de impacto pequeña (como el de un fragmento) con una fuerza normal de impacto elevada (pero menor a la fuerza de impacto normal que tendría el bloque original intacto) penetraría más que un fragmento con un área de impacto mayor. Por esta razón, los impactos de cara tienen una indentación más pequeña que los impactos de punta.
- c) La energía cinética de traslación normal inicial, T_{n0} , aumenta con la fuerza normal de impacto (Figura 44). Esta afirmación es correcta atendiendo a los resultados pero también se puede apreciar que el efecto del área de impacto es mayor en la fuerza normal de impacto que la T_{n0} . Por ejemplo: si dos bloques con la misma T_{n0} impactan contra el sustrato, y tienen diferentes áreas de impacto, realizará una mayor fuerza normal el bloque con mayor área de impacto. Es lo que sucede con los bloques que impactan con una punta. Estos mantienen la tendencia creciente de la fuerza normal de impacto con la T_{n0} pero la fuerza que generan sobre el sustrato es menor que en los impactos con aristas y caras.

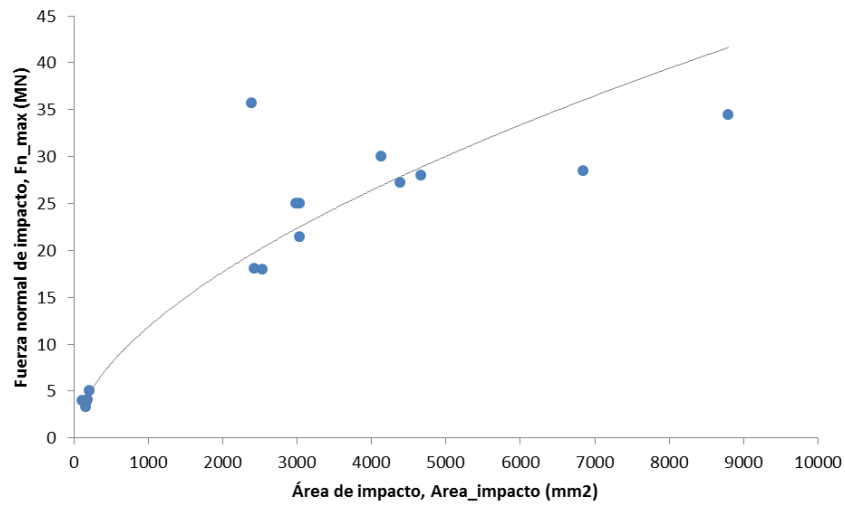


Figura 42. Área de impacto vs fuerza normal de impacto.

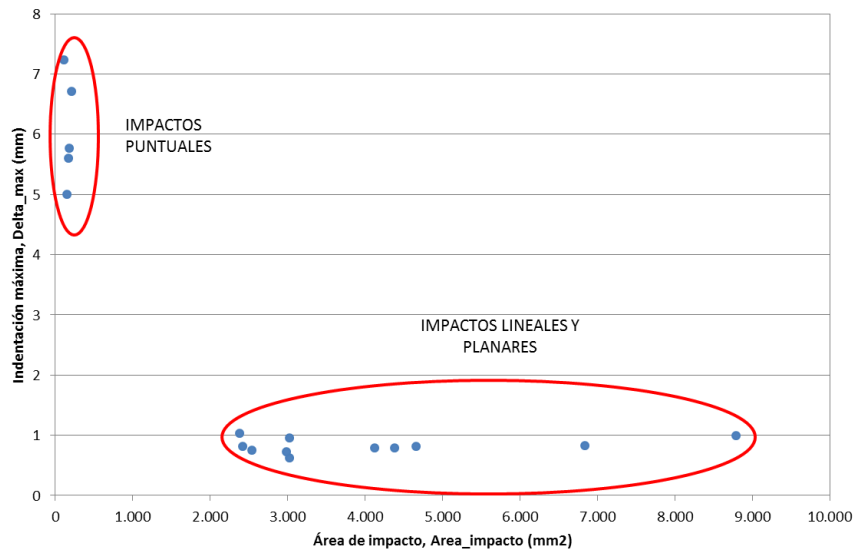


Figura 43. Área de impacto vs indentación máxima.

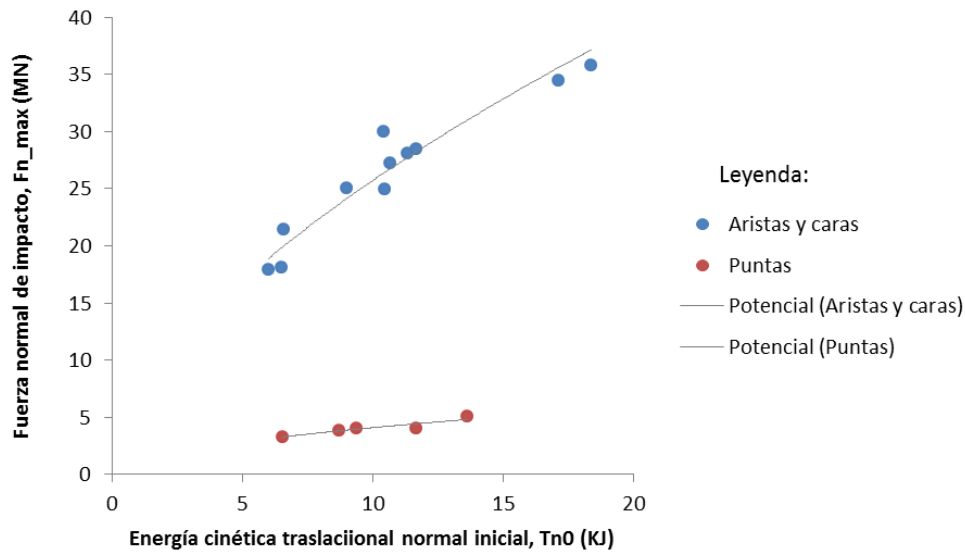


Figura 44. Energía cinética de traslación vs fuerza de impacto normal.

6.2.2 Análisis de la fragmentación

A continuación se presentan dos gráficas (Figura 45 y 46) donde se recogen las fuerzas de impacto normales, F_{n_max} , y presiones máximas, p_{max} , en función de la energía cinética traslacional normal inicial, Tn_0 , y las diferentes MBZI:

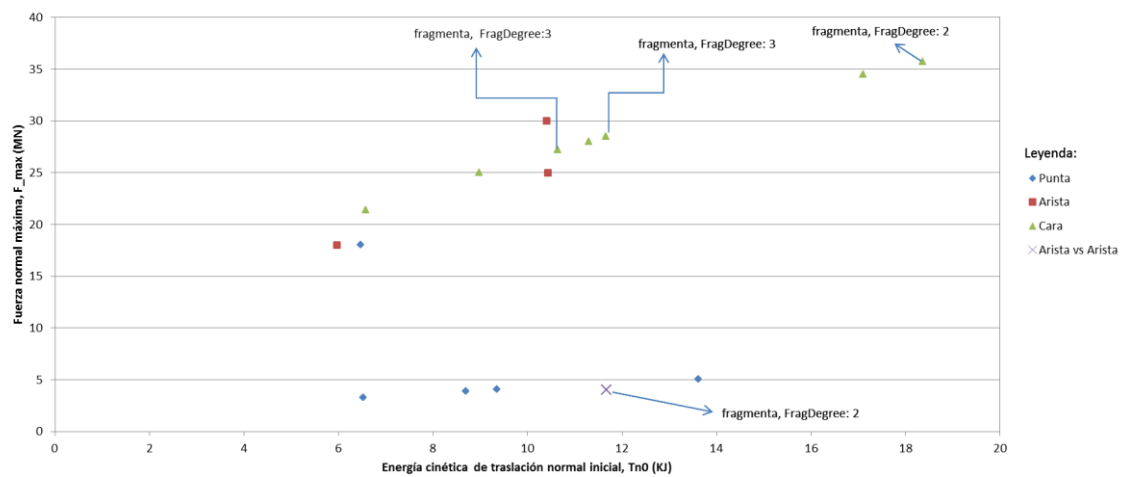


Figura 45. Energía de traslación normal inicial vs fuerza de impacto normal, teniendo en cuenta la MBZI y la fragmentación.

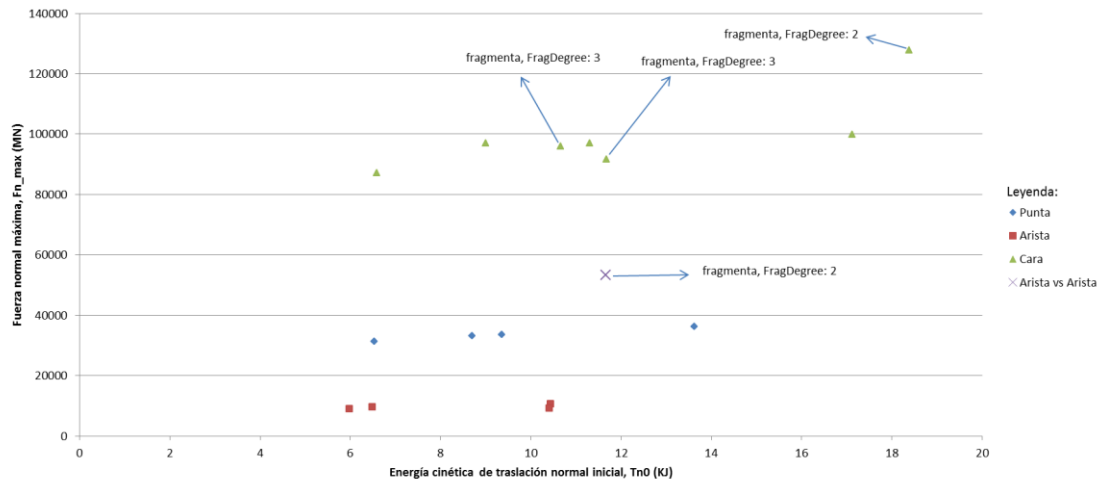


Figura 46. Energía de traslación normal inicial vs presión máxima de impacto, teniendo en cuenta la MBZI y la fragmentación.

Como se ha mencionado en el apartado 5.1.2, los bloques con impactos de cara son los que han presentado el mayor número de casos de fragmentación. Como excepción se presenta el bloque 5 cuyo segundo impacto se realiza de forma transversal entre dos aristas (icono x en las figuras 45 y 46). Al igual que se ha dicho en el apartado anterior, este bloque tiene una energía cinética superior a la media pero la fuerza de impacto normal resultante es baja. Por lo tanto, el área de impacto influye más sobre la fuerza, y la presión máxima de impacto, que la energía cinética de traslación normal inicial, haciendo que el punto quede muy por debajo que los demás puntos que indican fragmentación.

Además de este razonamiento, cabe mencionar que el análisis de este impacto se ha realizado teniendo en cuenta que la geometría del impacto se realiza entre dos semiesferas [43]. En realidad, la geometría entre dos aristas se asemeja más al impacto que se podría producir, por ejemplo, entre dos vigas cuyos centros de masa se encuentran en una posición diferente a la zona donde sucede el impacto. La simplificación realizada en este caso origina que el punto “x” de la Figura 45 quede desplazado de su posición original.

A partir de las Figuras 45 y 46, se han podido determinar un umbral de la fuerza normal máxima de impacto, un umbral de la presión máxima de impacto y un umbral de Tn0 a partir de los cuales existen casos con fragmentación:

- ✓ 27 MN para la fuerza normal de impacto.
- ✓ 91771 MPa para la presión máxima de impacto.
- ✓ 10,66 KJ para la energía cinética de traslación normal inicial.

Se ha distinguido sobre las Figuras 45 y 46 la región en la cual la fragmentación se produce con mayor frecuencia (Figura 47 y 48):

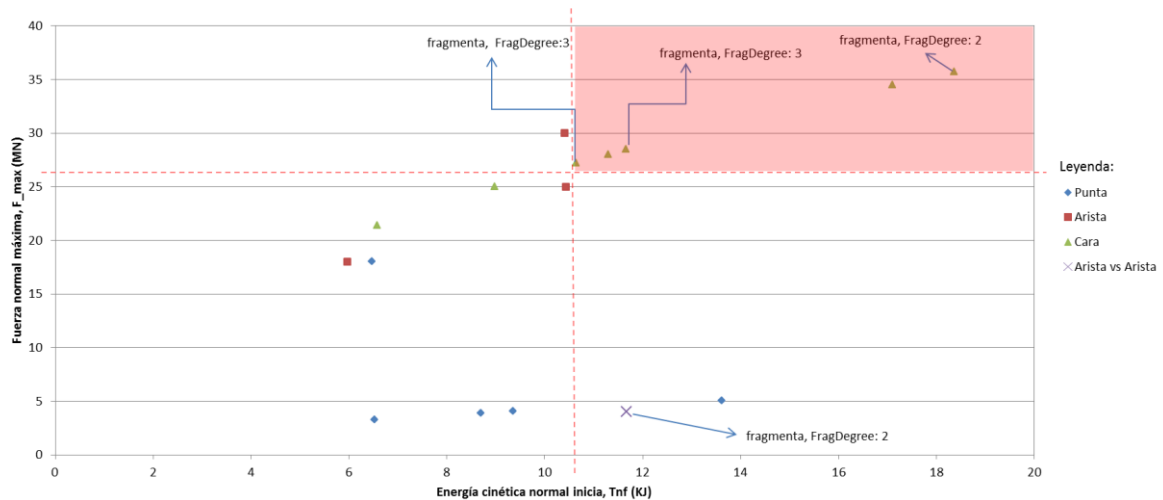


Figura 47. Región donde sucede la fragmentación de los bloques con mayor frecuencia. T_{n0} vs F_{n_max} .

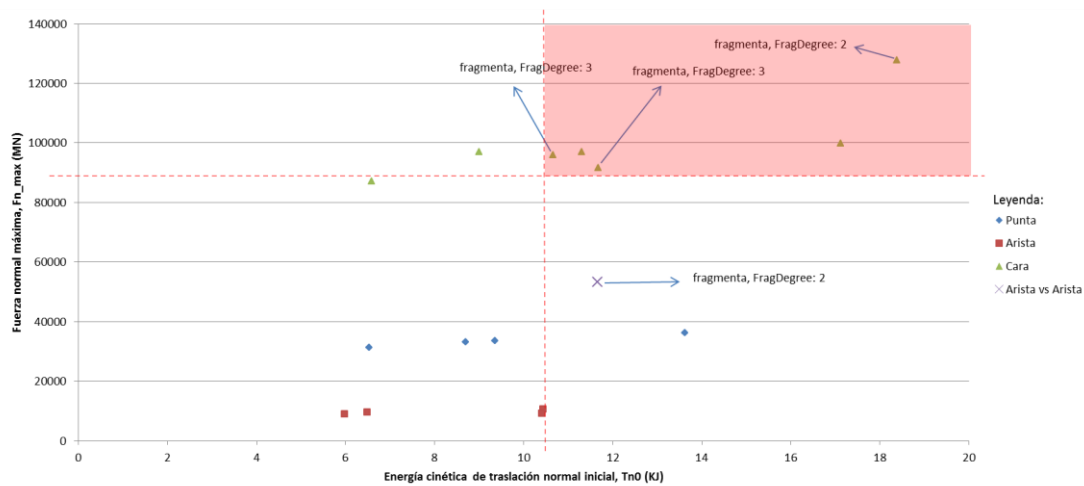


Figura 48. Región donde sucede la fragmentación de los bloques con mayor frecuencia. T_{n0} vs p_{max} .

7 CONCLUSIONES

En este trabajo se ha tenido en cuenta el proceso de fragmentación ocurrido durante unos lanzamientos de bloques realizados en canteras. Concretamente se ha analizado la posible existencia de un umbral de la fuerza normal de impacto necesario para que ocurra la fragmentación.

Mediante el análisis cualitativo de los videos de alta velocidad de los ensayos de lanzamiento, se ha podido determinar que la mayoría de los bloques fragmentan cuando el impacto se produce con una cara, y en menor medida cuando el impacto es con una arista. Por el contrario, cuando el impacto es con una punta no se produce la fragmentación. Se ha entendido que cuanto mayor es el área de impacto, la frecuencia con la que se origina la fragmentación de los bloques aumenta. A su vez, se ha podido observar que cuanto mayor es el ángulo de aproximación, la energía cinética normal (que depende del ángulo de aproximación) y la rigidez del impacto (que depende del

módulo elástico de Young, del coeficiente de Poisson de los materiales y de la morfología de la zona de impacto) con más frecuencia sucede la fragmentación.

En el análisis cuantitativo del impacto, empleando modelos analíticos sencillos, con ecuaciones constitutivas de deformación elástica características que cada morfología de impacto, se han obtenido resultados coherentes. El área de impacto aumenta con la fuerza de impacto normal. Debido a esto los impactos con caras o aristas producen una mayor fuerza de impacto normal que cuando el impacto es con una punta y, en consecuencia, la frecuencia con la que se produce la fragmentación aumenta. Se verifica el patrón identificado en el análisis cualitativo de los videos de alta velocidad sobre la relación entre la morfología de la zona de impacto y la fragmentación.

Como era de esperar, la energía cinética de traslación normal también influye en la fuerza normal de impacto pero viene condicionada por el área de impacto, la cual ha demostrado influir aún más que esta. La fuerza de impacto normal aumenta cuando lo hace la energía cinética de traslación normal, no obstante, los impactos producidos con un área de contacto pequeña (impacto puntual por ejemplo) no alcanzan valores de fuerza de impacto normal elevados.

El segundo impacto producido por el bloque 5 ha originado resultados diferentes al resto. Este impacto se da entre una arista del bloque y una arista del talud, por lo que se trata de un caso distinto a los demás. Debido a la pequeña área de impacto, y aunque la energía cinética de traslación inicial tiene un valor que supera la media, la fuerza de impacto normal es baja aunque se produzca la fragmentación del bloque.

A pesar de este caso, se ha podido determinar un umbral, para la fuerza de impacto y también para la energía cinética de traslación inicial, a partir del cual sucede la fragmentación de los bloques con mayor frecuencia. Estos valores son de 27 MN y 10,66 KJ respectivamente. Por debajo de estos valores la fragmentación de los bloques no existe en los casos analizados en este trabajo.

El área de impacto, que viene relacionada con la morfología del bloque en la zona del impacto, origina variaciones de decenas de MN en la fuerza normal del impacto, la cual aumenta la frecuencia con la que fragmentan los bloques si esta aumenta. Los resultados obtenidos muestran muy claramente que la morfología de los bloques en la zona del impacto es un factor a tener muy en cuenta, debido a la influencia que tiene sobre las fuerzas de impacto y éstas sobre la fragmentación de los bloques.

El presente trabajo realiza una aportación a la comprensión del fenómeno de fragmentación de bloques rocosos. Este trabajo incluye aspectos de la fragmentación de bloques rocosos muy poco estudiados hasta ahora y supone un punto de partida para investigaciones posteriores. En este trabajo se han dispuesto de pocos casos sobre los que realizar las observaciones; a pesar de ello, los resultados obtenidos son coherentes, aunque es necesario confirmar los umbrales obtenidos analizando un mayor número de casos. La metodología de trabajo se puede ampliar para tener en cuenta otros mecanismos de disipación de energía (por ejemplo, deformación plástica, transformación de energía cinética de traslación en energía de rotación). Por lo tanto, la línea que sigue esta investigación es viable y prometedora.

8 LÍNEAS DE TRABAJO FUTURO

De cara a realizar futuros estudios, relacionados con la fragmentación, se deberían tener en cuenta los siguientes puntos:

- ✓ Los ensayos de lanzamiento deberían ofrecer la información necesaria mínima para llevar a cabo el análisis de la fragmentación. De esta manera no se tendrían que realizar demasiadas simplificaciones e hipótesis para obtener los resultados y estos, obviamente serían más realistas. Se obtendrían por lo tanto un mayor número de bloques representativos. Respecto a los ensayos empleados para este trabajo, por ejemplo se destaca la falta de:
 - Cámaras de video que graben diferentes puntos de vista de los impactos de los bloques para poder tener un mejor conocimiento de la morfología del bloque en la zona del impacto.
 - Precisión en la grabación: se debería evitar el efecto de la perspectiva en los videos colocando varias cámaras de forma que se vea de perfil el plano en el que se produce el impacto. Esto mejoraría los cálculos de las velocidades y ángulos de aproximación y de rebote.
 - Limpieza: Se debería procurar que la pala no recogiese demasiada cantidad de tierra cuando carga el bloque ya que esta acompaña al bloque en todo su lanzamiento, lo cual no permite una correcta visualización de los que sucede.
 - Modelos 3D de los bloques: se debería realizar el modelo 3D de cada uno de los bloques ensayados para poder llevar a cabo las mediciones necesarias.
- ✓ De cara a poder realizar correctamente el análisis de la fragmentación:
 - Limpiar la zona de ensayo en cada lanzamiento para poder contar el número de fragmentos de cada bloque que haya fragmentado. De lo contrario, los fragmentos de otros bloques podrían confundir a la hora de realizar la medición. Medir el volumen de estos fragmentos.
 - Realizar ensayos con lanzamientos en los que el bloque sólo rebote una vez. De esta manera se conoce que los fragmentos pertenecen a ese rebote y no a rebotes posteriores como ha sucedido en los ensayos estudiados en este trabajo.
 - Ensayar más cantidad de bloques para aumentar la probabilidad de tener casos con fragmentación. De esta manera se podría realizar un análisis más completo de los resultados.
 - Considerar la estructura interna, la rotación y la morfología del sustrato en la zona donde sucede el impacto de cara a tener mayor precisión en los resultados.

- Tener en cuenta los modelos elastoplásticos en los cálculos de las fuerzas normales y presiones de impacto ya que en el impacto de bloques de caliza contra un sustrato también compuesto por caliza puede existir una mínima deformación plástica (los bloques quedan marcados, pequeños cráteres).

9 AGRADECIMIENTOS

Este trabajo ha utilizado datos generados por el proyecto de investigación RockRisk (BIA2013-42582-P) y se enmarca dentro del proyecto RockModels (BIA2016-75668-P, AEI/FEDER, UE) financiados por el Ministerio de Economía, Industria y Competitividad. Se agradece también la labor del laboratorio Geomar Ingeniería del Terreny en la elaboración de los ensayos de laboratorio realizados para estos proyectos y que han sido muy útiles en este trabajo.

10 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Chau, K.T., Wong, R.H.C., y Wu J.J. (2002). Coefficient of restitution and rotational motions of rockfall impacts. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 39, 69-77.
- [2] Corominas, J. (2013). Avoidance and Protection Measures. In: Shroder, J.F. (ed). *Treatise on Geomorphology*, 7, 259-272. San Diego: Academic Press.
- [3] Nocilla, N., Evangelista, A., y Scotto di Santolo, A. (2009). Fragmentation during Rock Falls: Two Italian Case Studies of Hard and Soft Rocks. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 42, 815-833. doi: 10.1007/s00603-008-0006-0
- [4] Bourrier, F., Dorren, L., Nicot, F., Berger, F., y Darve, F. (2009). Toward objective rockfall trajectory simulation using a stochastic impact model. *Geomorphology*, 110, 68-79. doi:10.1016/j.geomorph.2009.03.017
- [5] Asteriou, P., Saroglou, H., y Tsiambaos, G. (2012). Geotechnical and kinematic parameters affecting the coefficients of restitution for rock fall analysis. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 54, 103-113. doi: 10.1016/j.ijrmms.2012.05.029
- [6] Prades, A., Matas, G., Núñez-Andrés, A., Buil, F., Lantada, N., y Corominas, J. (2017, 5-6 de Julio). *Determinación de trayectorias de bloques rocosos en ensayos mediante videogrametría*. Trabajo presentado en el Primer Congreso de Ingeniería Geomática. Valencia: Editorial Universitat Politècnica de Valencia. doi: 10.4995/CIGeo2017.2017.6617
- [7] Lambert, S., y Bourrier, F. (2013). Design of rockfall protection embankments: A review. *Engineering Geology*, 154, 77-88. doi: 10.1016/j.enggeo.2012.12.012

- [8] Leine, R.I., Schweizer, A. Christen, M., Glover, J., Bartelt, P., y Gerber, W. (2014). Simulation of rockfall trajectories with consideration of rock shape. *Multibody System Dynamics*, 32, 241-271. doi: 10.1007/s11044-013-9393-4
- [9] Volkwein, A., Schellenberg, K., Labiouse, V., Agliardi, F., Berger, F., Bourrier, F.,...Jaboyedoff, M. (2011). Rockfall characterization and structural protection-a review. *Natural Hazards and Earth System Sciences*, 11, 2617-2651. doi: 10.5194/nhess-11-2617-2011
- [10] Ruiz-Carulla, R., Corominas, J., y Mavrouli, O. (2017). A fractal fragmentation model for rockfalls. *Landslides*, 14, 875-889. doi : 10.1007/s10346-016-0773-8
- [11] Agliardi, F., y Crosta, G.B. (2003). High resolution three-dimensional numerical modelling of rock falls. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 40(4), 455-471.
- [12] Giacomini, A., Buzzi, O., Renard, B., y Giani, G.P. (2009). Experimental studies on fragmentation of rock falls on impact with rock surfaces. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 46, 708-715. doi:10.1016/j.ijrmms.2008.09.007
- [13] Dussauge, C., Grasso, J., y Helmstetter, A. (2003). Statistical Analysis of Rock Fall Volume Distributions: Implications for Rock fall Dynamics. *Journal of Geophysical Research B*, 108 (B6), 2286. doi: 10.1029/2001JB000650
- [14] Wang, Y., Tonon, F. (2010). Discrete Element Modelling of Rock Fragmentation upon Impact in Rock Fall Analysis. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 44, 23-35.
- [15] Yu, B., Yi, W., y Zhao, H. (2018). Experimental study on the maximum impact force by rock fall. *Landslides*, 15, 233-242. doi: 10.1007/s10346-017-0876-x
- [16] Spadari, M., Giacomini, A., Buzzi, O., Fityus, S., y Giani, G.P. (2012). In situ rockfall testing in New South Wales, Australia. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences*, 49, 84-93. doi: 10.1016/j.ijrmms.2011.11.013
- [17] Hungr, O., Leroueil, S., y Picarelli, L. (2014). The Varnes classification of landslide types—an update. *Landslides*, 11, 167-194. doi:10.1007/s10346-013-0436-y
- [18] Mateos, R.M., y Azañón, J.M. (2005). Los movimientos de ladera en la Sierra de Tramuntana de la isla de Mallorca: Tipos, características y factores condicionante. *Sociedad Geológica de España*, 18 (1-2), 87-97.
- [19] Bartolomé, C., Castedo, R., Llorente, M., y Laín, L. (2010). Modelo predictivo mesoescala de la evolución en costas rocosas. *Publicación*

tecnológica y docente de la Escuela de Minas de Madrid, 232-243. ISSN 1889-4739

- [20] Corominas, J. (2006). El clima y sus consecuencias sobre la actividad de los movimientos de ladera en España. *C & G*, 20 (3-4), 89-113.
- [21] Pérez, R., Martín, F., Martínez, J. J., y Rodríguez, M. A. (2012). Datación mediante liquenometría de los desprendimientos rocosos asociados a la sismicidad histórica en Lorca (Murcia, SE de España). *Boletín Geológico y Minero*, 123(4), 473-485.
- [22] Delgado, J., Marques, F., y Vaz, T. (2013). Movimientos de ladera inducidos por terremotos en la Península Ibérica. *Cuaternario y Geomorfología*, 27(3-4), 5-32.
- [23] Melville, M. Recuperado de: <https://www.lagranepoca.com/news/mundo-hispano/99901-sismo-san-juan-argentina-paso-cristo-redentos.html>
- [24] Stronge, W.J., (2004), *Impact Mechanics*, Cambridge, United Kingdom, Cambridge University Press.
- [25] Moya, J., Corominas, J., Mavrouli, O.C., y Copons, R. (2013, junio). *Aproximación probabilística al número y tamaño de bloques en desprendimientos con fragmentación*. Trabajo presentado en el VIII Simposio Nacional sobre Taludes y Laderas Inestables. Palma de Mallorca: Alonso, E., Corominas, J., y Hürlimann, M.
- [26] El Periódico de Aragón. Recuperado de: http://www.elperodicodearagon.com/noticias/aragon/desprendimiento-rocas-a-2609-mantiene-aislado-valle-gistain_1178612.html
- [27] Evans, S., y Hungr, O. (1993). The assessment of rockfall hazard at the base of talus slopes. *Canadian Geotechnical Journal*, 30, 620-636.
- [28] Corominas, J., Mavrouli, O., Santana, D., y Moya, J. (2012). Simplified approach for obtaining the block volume distribution of fragmental rockfalls. *Landslides and engineered slopes*, 2, 115-116.
- [29] Matas, G., Lantada, N., Corominas, J., Gili, J.A., Ruiz-Carulla, R., y Prades, A. (2017, junio). *Modelización de desprendimientos rocosos considerando la fragmentación*. Trabajo presentado en el IX Simposio Nacional sobre Taludes y Laderas Inestables. Santander: Alonso, E., Corominas, J., y Hürlimann, M.
- [30] Cantarelli, G., y Giani, G.P. (2006). Analisi dei metodi di verifica dellefficienza di reti di protezione contro la caduta di massi. *Canadian Geotechnical Journal*, 3, 23.
- [31] Inaccés. Recuperado de: <http://www.inaccés.com/tratamiento-del-macizo-rocoso-del-ferrocarril-de-cremallera-de-monistrol-a-montserrat/>

- [32] Bourrier, F., y Hungr, O. (2011). Rockfall dynamics: a critical review of collision and rebound models. *Rockfall engineering*, 175-203. doi: 10.1002/9781118601532.ch6.
- [33] Fornaro, M., Peila, D., y Nebbia, M. (1990). *Block falls on rock slopes-application of a numerical simulation program to some real cases*. Proceedings of the 6th International Congress IAEG. Rotterdam: Balkema: 2173-80.
- [34] Gili, J.A., Matas, G., Corominas, J., Lantada, N., Ruiz, R., Núñez, M.A., ...Saló, L. (2017, junio). *Diseño y primeros resultados de tres ensayos de lanzamiento de bloques de roca para el estudio de la fragmentación*. Trabajo presentado en el IX Simposio Nacional sobre Taludes y Laderas Inestables. Santander: Alonso, E., Corominas, J., y Hürlimann, M.
- [35] División de Ingeniería del Terreno, Cartográfica i Geofísica del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech, UPC). (2016). Desprendimientos en escarpes rocosos: Cuantificación del riesgo y su prevención (RockRisk). Recuperado de: <https://rockmodels.upc.edu/es/proyecto-rockrisk>
- [36] Sección de Ingeniería del Terreno, Cartográfica i Geofísica del Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental (Universitat Politècnica de Catalunya-BarcelonaTech, UPC). (Vigente). Caracterización y modelización de desprendimientos rocosos (RockModels). Recuperado de: <https://rockmodels.upc.edu/es/proyecto-rockmodels>
- [37] The MathWorks. Matlab. Recuperado de: <https://es.mathworks.com/products/matlab.html>
- [38] Johnson, K.L. (1985). Contact Mechanics. *Cambridge University Press*. Cambridge.
- [39] Hamrock, B.J. (1994). Fundamentals of Machine Elements. *McGraw-Hill*
- [40] Ghaednia, H., Wang, X., Saha, S., Xu, Y., Sharma, A., y Jackson, R.L. (2017). A Review of Elastic-Plastic Contact Mechanics. *Applied Mechanics Reviews*, 69(6), 1-30. doi: 10.1115/1.4038187
- [41] Green, I. (2005). Poisson ratio effects and critical valus in spherical and cylindrical hertzian contacts. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 10(3), 454-462.
- [42] Jordan, E.H., y Urban, M.R. (1999). An approximate analytical expression for elastic stresses in flat punch problems. *Wear*, 236, 134-143.
- [43] Popov, V. (2010), *Contact Mechanics and Friction: Physical Principles and Applications*, Berlin, Germany, Springer.
- [44] Wolfram Alpha LLC. Online Integral Calculator. Recuperado de: <http://www.wolframalpha.com/calculators/integral-calculator/>

- [45] Geomar enginyeria del terreny. (2018). Informe d'assaigs de laboratori: actes de resultants.
- [46] Tracker: Video Analysis and Modeling Tool. Recuperado de: <https://physlets.org/tracker/>
- [47] Cloud Compare. Recuperado de: <https://www.danielgm.net/cc/>
- [48] Rhinoceros Recuperado de: <https://www.rhino3d.com/es/>

